uc3m | Universidad Carlos III de Madrid

Curso OCW

Fundamentos de transitorios en redes eléctricas

Mª Ángeles Moreno López de Saá
Juan Carlos Burgos Díaz
Mónica Alonso Martínez

PROBLEMA 9.
FALTA LEJANA

Se tiene un transformador trifásico de relación de transformación 400/220 kV, 150 MVA, con una impedancia de cortocircuito porcentual del 13% (se admite totalmente inductiva, en la figura X_1). La capacidad entre el arrollamiento de BT y tierra (C_1 en la figura 11.1) es de 12,89 nF. El lado de BT del transformador está conectado a través de un disyuntor S a una línea con una inductancia de 2,39 mH/km y 11,8 pF/km. Se produce una falta trifásica 2 km aguas abajo del disyuntor. Se pide:

1) Calcular el valor eficaz de la corriente de falta en régimen permanente.
2) Calcular el valor eficaz de la tensión entre un polo del interruptor y tierra en régimen permanente de cortocircuito.
3) Evolución en el tiempo de la tensión entre el polo S_1 del interruptor y tierra inmediatamente después de que se extinga el arco eléctrico (aunque no es lo habitual, para este problema se admite que el interruptor corta la corriente una vez finalizado el transitorio de cortocircuito, esto es, en el régimen permanente de cortocircuito).
4) Evolución en el tiempo de la tensión entre el polo S_2 del interruptor y tierra inmediatamente después de que se extinga el arco eléctrico. Instantes de tiempo en los que se dan el primer máximo positivo de dicha tensión y el primer máximo negativo.
5) Valor de la tensión transitoria de restablecimiento en bornas del disyuntor.
6) Valor de la TTR en los instantes de tiempo obtenidos en el apartado 4.

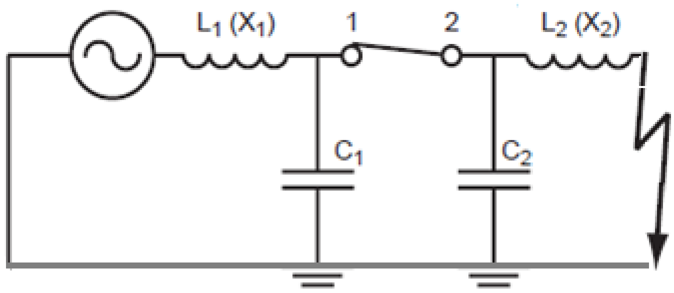

Figura 1.1. Circuito equivalente del problema 11.

SOLUCIÓN:

1. Calcular el valor eficaz de la corriente de falta en régimen permanente.

Para calcular el valor eficaz de la corriente en régimen permanente es necesario conocer el valor de las reactancias X_1 y X_2 (1)-(2).

$$X_1 = \frac{U^2}{S_N} \cdot \frac{\varepsilon_{cc}}{100} = \frac{220^2}{150} 0{,}13 = 41{,}947\ \Omega \tag{1}$$

$$X_2 = \omega L_2 = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 2{,}39 \cdot 10^{-3} \cdot 2 = 1{,}502\ \Omega \tag{2}$$

La figura 11.2 muestra el circuito equivalente en régimen permanente, a partir del cual se puede obtener el valor de la corriente en régimen permanente (3).

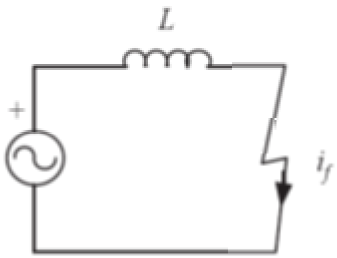

Figura 11.2. Circuito en régimen permanente del problema 11.

$$I = \frac{U}{X_1 + X_2} = \frac{\frac{220}{\sqrt{3}}}{41{,}947 + 1{,}502} = 2{,}923\ kA \tag{3}$$

2. **Calcular el valor eficaz de la tensión entre un polo del interruptor y tierra en régimen permanente de cortocircuito.**

El valor eficaz de la tensión entre un polo del interruptor y tierra vendrá dado por (4).

$$U_{c1} = U_{c2} = I_{cc} \cdot X_2 = 2923 \cdot 1{,}502 = 4{,}39\ kV \tag{4}$$

3. **Evolución en el tiempo de la tensión entre el polo S_1 del interruptor y tierra inmediatamente después de que se extinga el arco eléctrico.**

El circuito que queda a partir del momento en el que se extingue el arco se encuentra representado en la figura 11.3.

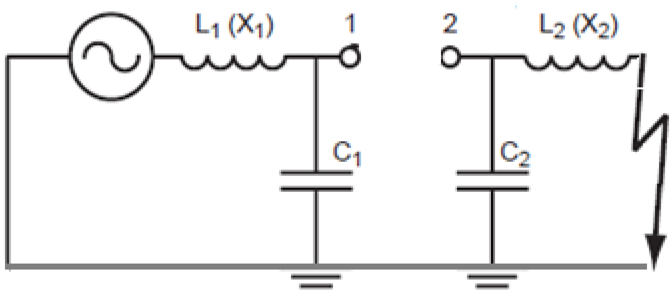

Figura 11.3. Circuito tras extinción del arco.

Las ecuaciones (5) y (6) rigen el comportamiento del circuito de la izquierda en la figura 11.3.

$$e = L_1 \frac{di}{dt} + u_{c1} \tag{5}$$

$$i = C_1 \frac{du_{c1}}{dt} \tag{6}$$

Sustituyendo (6) en (5) se obtiene (7).

$$e = L_1 C_1 \frac{d^2 u_{c1}}{dt^2} + u_{c1} \tag{7}$$

El cálculo de la frecuencia natural del transitorio (8) permite determinar si la fuente de tensión debe considerarse como una función sinusoidal o si puede ser representada como una constante. Puesto que el valor de $\omega_{01} = 24.106\, rad/s$, y la frecuencia natural es $f_{01} = 3.837\ Hz$ muy superior a la frecuencia de la red (50 Hz) y por tanto la fuente de tensión e puede considerarse constante.

$$\omega_{01} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}1335 \cdot 12{,}89 \cdot 10^{-9}}} = 24.106\ \frac{rad}{s} \tag{8}$$

Aplicando la transformada de Laplace a la ecuación diferencial (7) en la que se considera e constante (E) se obtiene (9).

$$\frac{E}{s} = \frac{1}{\omega_{01}^2}\left[s^2 U_{c1}(s) - su(0) - u'(0)\right] + U_{c1}(s) \tag{9}$$

Las condiciones de contorno del problema son:

- El arco se extingue en el paso por cero de la corriente, y como la bobina impone que la corriente sea una función continua al transcurrir el tiempo, entonces la derivada de la tensión en el condensador con respecto al tiempo es 0 (10).

$$\frac{du_{c1}}{dt} = 0 \tag{10}$$

- En el momento en el que se extingue el arco la intensidad pasa por cero creciente y, como el circuito de la figura 12.3 es un circuito inductivo, la tensión de red E pasa por máximo positivo y la tensión en el condensador pasa también por un máximo positivo, de manera que la tensión inicial en el condensador C_1 es 6.21 kV (11).

$$u_{c1}(0) = \sqrt{2} \cdot 4{,}39 = 6{,}21\ kV \tag{11}$$

Teniendo en cuenta (10) y (11) la ecuación (9) se reduce a (12).

$$\frac{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\cdot 220}{s}\omega_{01}^2 = [s^2 U_{c1}(s) - 6{,}21\cdot s] + U_{c1}(s)\cdot\omega_{01}^2 \tag{12}$$

Despejando U(s) en (12) se obtiene (13) y su forma reorganizada (14).

$$U_{c1}(s^2+\omega_{01}^2) = \frac{179{,}6}{s}\omega_{01}^2 + 6{,}21\cdot s \tag{13}$$

$$U_{c1}(s) = \frac{179{,}6}{s(s^2+\omega_{01}^2)}\omega_{01}^2 + \frac{6{,}21\cdot s}{(s^2+\omega_{01}^2)} \tag{14}$$

Descomponiendo (14) en fracciones simples se obtiene (15), y aplicando la antitransformada de Laplace se obtiene la expresión para la tensión en el polo S_1 y tierra tras la extinción del arco eléctrico (16).

$$U_{c1}(s) = \frac{s}{\left(s^2+\omega_{01}^2\right)}\cdot 6{,}21 + \frac{179{,}6}{s} - \frac{179{,}6\cdot s}{\left(s^2+\omega_{01}^2\right)} \tag{15}$$

$$u_{c1}(t) = 6{,}21\cdot\cos 24106t + 179{,}6 - 179{,}6\cdot\cos 24106t = 179{,}6 + (6{,}21 - 179{,}6)\cos(24106t) \tag{16}$$

4. Evolución en el tiempo de la tensión entre el polo S_2 del interruptor y tierra inmediatamente después de que se extinga el arco eléctrico.

Las ecuaciones que rigen el comportamiento de la parte derecha del circuito de la figura 11.3 son (17) y (18) y su combinación permite obtener (19).

$$\boldsymbol{0 = L_2\frac{di}{dt} - u_{c2}} \tag{17}$$

$$\boldsymbol{i = -C_2\frac{du_{c2}}{dt}} \tag{18}$$

$$\boldsymbol{0 = L_2C_2\frac{d^2u_{c2}}{dt^2} + u_{c2}} \tag{19}$$

Teniendo en cuenta los valores de L_2 y C_2 ($L_2 = 2{,}39\cdot 2 = 4{,}78\,mH$, $C_2 = 11{,}8\cdot 2 = 23{,}6\,pF$) se puede obtener la frecuencia angular ω_{02} (20) y la frecuencia del transitorio f_{02} (21).

$$\boldsymbol{\omega_{02} = \frac{1}{\sqrt{L_2C_2}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}00478\cdot 23{,}6\cdot 10^{-12}}} = 2.977.351\ \frac{rad}{s}} \tag{20}$$

$$\boldsymbol{f_{02} = 473.860\ Hz} \tag{21}$$

Aplicando la transformada de Laplace a la ecuación diferencial (19) se obtiene (22).

$$\boldsymbol{0 = \frac{1}{\omega_{02}^2}[s^2U_{c2}(s) - su(0) - u'(0)] + U_{c2}(s)} \tag{22}$$

Las condiciones de contorno empleadas en este circuito son:

- El arco se extingue en el paso por cero de la corriente, y como la bobina impone que la corriente sea una función continua al transcurrir el tiempo entonces la evolución de la tensión del C_2 en función del tiempo es 0 (23).

$$\frac{du_{c2}}{dt} = 0 \tag{23}$$

- En el momento inmediatamente anterior a la extinción del arco la tensión en el condensador C_2 viene dada por (24).

$$u_{c2}(0) = \sqrt{2} \cdot 4,39 = 6,21\ kV \tag{24}$$

Teniendo en cuenta las condiciones de contorno (23) y (24) en la ecuación (22) se obtiene (25).

$$0 = [s^2 U_{c2}(s) - 6,21 \cdot s] + U_{c1}(s) \cdot \omega_{02}^2 \tag{25}$$

Despejando la transformada de la tensión, U(s), en la ecuación (25) se obtiene la expresión para U_{c1} y U_{c2} (26) - (27).

$$U_{c2}\left(s^2 + \omega_{02}^2\right) = 6,21 \cdot s \tag{26}$$

$$U_{c2}(s) = \frac{6,21 \cdot s}{\left(s^2 + \omega_{02}^2\right)} \tag{27}$$

Aplicando antitransformadas de Laplace en las ecuaciones (26) y (27) se obtiene la ecuación de la tensión en el condensador C_2 en el dominio del tiempo (28).

$$u_{c1}(t) = 6,21 \cdot \cos 297735 t \tag{28}$$

Los instantes de tiempo en los que se dan el máximo positivo y el máximo negativo de dicha tensión son:

- t=0 ………. Máximo positivo
- $t = \frac{\pi}{297735} = 10,55\ \mu s$ …………….. Máximo negativo

5. Tensión transitoria de restablecimiento

La tensión transitoria de restablecimiento (29), o su versión simplificada (30), será la diferencia entre U_{C1} (16) y U_{C2} (28) calculadas en los apartados 3 y 4 respectivamente.

$$TTR(t) = 179,6 + (6,21 - 179,6)\cos(24106 t) - 6,21 \cos 297735 t \tag{29}$$

$$TTR(t) = 179{,}6 - 173{,}4\cos(24106t) - 6{,}21\cos 297735t \qquad (30)$$

6. Valor de la TTR en los instantes de tiempo obtenidos en el apartado 4

A partir de la expresión (30) para la tensión transitoria de restablecimiento, en el instatne t=0 tendrá un valor de 0 kV (31), y en t= 10.55 μs el valor será de 18 kV (32).

$$TTR(0)=179{,}6-173{,}4-6{,}21=0 \text{ kV} \qquad (30)$$

$$TTR(10{,}55\ \mu s)=179{,}6-173{,}4\cdot\cos(24106\cdot 10{,}55\cdot 10^{-6})-6{,}21\cdot\cos(297735\cdot 10{,}55\cdot 10^{-6})= \qquad (31)$$

$$=18 \text{ kV}$$

Dado que la velocidad de movimiento de los contactos suele ser de 4 a 6 m/s, en 10,55 μs, la distancia entre contactos es de apenas 0,063 mm con lo cual el arco eléctrioco se ceba seguro.

Sin embargo, si el cortocircuito hubiera sido en bornas del interrptor la TTR vendría dada por la ecuación (32).

$$u_c(t) = E - E\cos 24106t \qquad (32)$$

Con lo que durante los primeros 0,13 ms la tensión no hace más que decrecer. En esos 0,13 ms los contactos se habrían separado x=v·t=0,78 mm