Curso OCW

Fundamentos de transitorios en redes eléctricas

Mª Ángeles Moreno López de Saá
Juan Carlos Burgos Díaz
Mónica Alonso Martínez

PROBLEMA 9.
SELECCIÓN DE DISYUNTORES

Un interruptor está conectado en lado de baja de un transformador de 220/66 kV, Sn = 100 MVA y ε_{CC} = 8 %. La capacidad parásita de los devanados de baja del transformador es Cp = 11 nF. Se pide:

1. Calcular el valor máximo de la corriente de cortocircuito que se puede producir en el lado de baja del transformador, si se considera que el lado de alta está conectado a una red de potencia de cortocircuito infinita. Suponer cos φ_{CC} = 0,1.
2. Obtener la tensión transitoria de restablecimiento tras la apertura del interruptor después de un cortocircuito.
3. Elegir el tipo de dieléctrico del interruptor, que puede ser A, B o C. La capacidad de recuperación de todos ellos (evolución de la tensión que puede soportar tras la apertura, sin que se reencienda el arco) tras la apertura en cortocircuito, cuando los contactos han efectuado todo su recorrido, viene dada por la fórmula: $u = k\sqrt{t}$ (t en μs y u en kV), donde k es igual a 10 para el dieléctrico A, 20 para el dieléctrico B, y 30 para el dieléctrico C. El dieléctrico C es el más caro, seguido del B, y después el A. Escoger, justificando el resultado, el dieléctrico más barato que impida el reencendido del arco en la apertura tras un cortocircuito.

SOLUCIÓN:

---

1. **Calcular el valor máximo de la corriente de cortocircuito que se puede producir en el lado de baja del transformador, si se considera que el lado de alta está conectado a una red de potencia de cortocircuito infinita. Suponer cos φCC = 0,1.**

Es importante destacar que la corriente máxima solicitada en el enunciado es la que se produce durante el transitorio inicial del cortocircuito, ya que la corriente máxima de cortocircuito en régimen permanente es menor que la que se produce al iniciarse el cortocircuito. A continuación, se van a calcular ambas corrientes para comprobarlo dicha suposición:

a) Máxima corriente de régimen permanente

En primer lugar, se emplea la ecuación (1) para calcular la corriente eficaz a partir de los datos suministrados en el enunciado, obteniéndose una corriente de 10,93 kA.

$$\mathrm{I}_{cc} = \frac{S_n}{\varepsilon_{cc}\sqrt{3}U_n} = \frac{100 \cdot 10^6}{0{,}08\sqrt{3}\,66 \cdot 10^3} = 10{,}93 \text{ kA} \tag{1}$$

Una segunda forma de calcular la corriente eficaz se muestra en las ecuaciones (2) y (3), en las que primero se calcula la impedancia de cortocircuito del transformador (2) y a continuación se calcula la corriente (3).

$$Z_{cc} = \varepsilon_{cc}\frac{U_n^2}{S_n} = 0{,}08\frac{\left(66 \cdot 10^3\right)^2}{100 \cdot 10^6} = 3{,}4848\ \Omega \tag{2}$$

$$\mathrm{I}_{cc} = \frac{U_n / \sqrt{3}}{Z_{cc}} = \frac{66/\sqrt{3}}{3{,}4848} = 10{,}93 \text{ kA} \tag{3}$$

Una vez conocida la corriente eficaz es posible calcular la corriente máxima en régimen permanente (4).

$$\left(i_{máx.}\right)_{perm.} = \sqrt{2} \cdot 10{,}93 \text{ kA} = 15{,}46 \text{ kA} \tag{4}$$

b) Máxima corriente de régimen transitorio

A continuación, se obtendrá la máxima corriente durante el transitorio. En el enunciado no se especifica en qué momento se produce el cortocircuito, por lo tanto, se introducirá esa incertidumbre en la resolución mediante la incorporación de θ en la ecuación (5) de la tensión que representa el lado de baja del transformador.

$$e(t) = \frac{E}{\sqrt{3}} \sqrt{2} \cos(\omega t + \theta) \tag{5}$$

El valor de θ debe ser hallado imponiendo la condición de que la corriente de cortocircuito sea la peor de las posibles.

La ecuación que rige el régimen transitorio es (6).

$$\frac{E}{\sqrt{3}} \sqrt{2} \cos(\omega t + \theta) = Ri + L\frac{di}{dt} \tag{6}$$

La solución a esta ecuación diferencial de primer orden es la suma de la solución al régimen libre más la solución al régimen permanente (7).

$$i_{cc}(t) = \frac{E}{Z_{cc}} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cos(\omega t + \theta - \varphi_{cc}) + k \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{7}$$

El valor de K se halla imponiendo la condición de que la corriente en el instante inicial debe ser nula (8), de manera que la expresión de la corriente de cortocircuito durante el transitorio es (9).

$$k = \frac{E}{Z_{cc}} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cos(\theta - \varphi_{cc}) \tag{8}$$

$$i_{cc}(t) = \frac{E}{Z_{cc}} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \left[\cos(\omega t + \theta - \varphi_{cc}) - \cos(\theta - \varphi_{cc}) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \right] \tag{9}$$

El peor transitorio tendrá lugar cuando $\theta = \varepsilon_{cc}$ = 84,26º = 1,47 rad, pues en ese caso la componente unidireccional de la corriente es la mayor de las posibles.

La constante de tiempo del transitorio estudiado se calcula a partir de (10) y los valores de inductancia y resistencia de la impedancia de cortocircuito del transformador.

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{\omega L}{\omega R} = \frac{X}{\omega R} = \frac{tg\varphi_{cc}}{\omega} = \frac{9{,}95}{2\pi 50} = 31{,}7\ ms \tag{10}$$

El valor máximo de la intensidad se obtiene cuando el primer sumando es máximo y negativo, esto es, en ωt=π (11) y el valor máximo de la corriente se produce en el transitorio inicial del cortocircuito y tiene un valor de 26,73 kA (12).

$$\left|i_{máx.}\right|_{trans.} = \sqrt{2}\,\mathrm{I}_{cc}\left(1+e^{-\pi/\omega\tau}\right) = \sqrt{2}\,\mathrm{I}_{cc}\left(1+e^{-\pi/tg\varphi_{cc}}\right) \tag{11}$$

$$\left|i_{máx.}\right|_{trans.} = \sqrt{2}\,10{,}93\left(1+e^{-\pi/9{,}95}\right) = 26{,}73\,kA \tag{12}$$

2. **Obtener la tensión transitoria de restablecimiento tras la apertura del interruptor después de un cortocircuito.**

Para obtener la tensión transitoria de restablecimiento (TTR) se va a despreciar la resistencia de la impedancia de cortocircuito del transformador, de manera que el circuito equivalente a resolver es el correspondiente a la figura 9.1. En este caso el interruptor abre el circuito en un paso por máximo de la tensión de red (que coincide con un cero de la corriente). Por tanto, la onda de tensión se expresará mediante una función coseno.

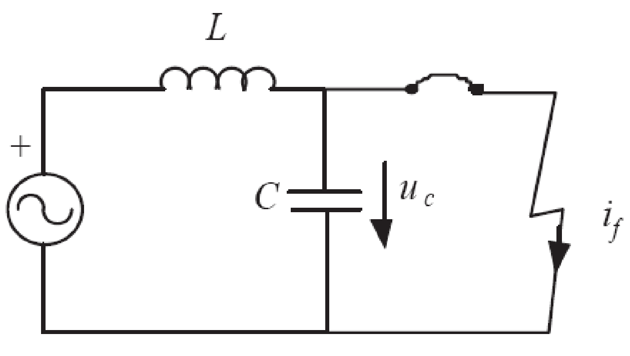

Figura 9.1. Circuito equivalente para cálculo de la TTR en el problema 9.

Las ecuaciones (13)-(15) que rigen el comportamiento del circuito de la figura 9.1.

$$E\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\cos\omega t = L\frac{di}{dt}+u_C \tag{13}$$

$$i = C\frac{du_C}{dt} \tag{14}$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{u_C}{LC}=\frac{E\sqrt{2}}{LC\sqrt{3}}\cos\omega t \tag{15}$$

Para resolver la ecuación diferencial de segundo orden (15) se empleará la transformada de Laplace (16).

$$s^2U_C(s)-su_C(0)-u'_C(0)+\omega_0^2U_C(s)=\omega_0^2E\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\frac{s}{s^2+\omega^2} \tag{16}$$

Para poder resolver la ecuación (16) es necesario conocer las condiciones de contorno $u_C(0)$ y $u'_C(0)$:

- $u_C(0)=0$ pues la tensión en el condensador comienza a crecer en cuanto el arco se extingue,
- $u'_C(0)=0$ pues la derivada de la tensión en el condensador está relacionada con la corriente y la corriente en la bobina en el momento de extinción del arco es cero, ya que el arco se extingue en un paso por cero de corriente.

Sustituyendo las condiciones de contorno, despejando $U_C(s)$ y descomponemos en fracciones simples la ecuación (16) se obtiene (17).

$$U_C(s)=E\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\frac{\omega_0^2}{\omega_0^2-\omega^2}\left(\frac{s}{s^2+\omega^2}-\frac{s}{s^2+\omega_0^2}\right) \tag{17}$$

Realizando la antitransformada de Laplace se obtiene la expresión de la tensión transitorio de restablecimiento (18).

$$u_C(t)=E\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\frac{\omega_0^2}{\omega_0^2-\omega^2}\left(\cos\omega t-\cos\omega_0 t\right) \tag{18}$$

En la ecuación (18) es necesario conocer el valor de la frecuencia angular del transitorio para ver si es posible suponer que la tensión de la fuente es constante durante el transitorio. Para ello en primer lugar se calcula la inductancia de cortocircuito (19) con lo que la frecuencia angular del transitorio es 90.524,1 *rad/s* (20) y la frecuencia es 14,41 kHz (21), siendo el periodo del transitorio 69,4 *µs (21).*

$$L_{cc}=\frac{X_{cc}}{100\pi}=11{,}09\ \text{mH} \tag{19}$$

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}=\frac{1}{\sqrt{11{,}09\cdot10^{-3}\cdot11\cdot10^{-9}}}=90.524{,}1\,{}^{rad}\!/_{s} \tag{20}$$

$$f_0=14{,}41\ \text{kHz}\ ;\ T_o=69{,}4\ \mu\text{s} \tag{21}$$

Como $\omega_0 >> \omega$, en la expresión de la TTR (18) se puede asumir que $\omega_0^2/(\omega_0^2 - \omega^2) \approx 1$. Además, como el periodo de interés es corto se puede asumir también que hay poco cambio en la tensión de alimentación (en $t \approx 0$, $\cos\omega t \approx 1$) (22) y la expresión final de la tensión transitoria de reestablecimiento sería (23).

$$u_c(t) \approx E\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}(1-\cos\omega_0 t) \tag{22}$$

$$u_c(t) = 66\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\left(1-\cos\omega_0 t\right) = 53{,}88\left(1-\cos\omega_0 t\right) \tag{23}$$

Teniendo en cuenta el valor obtenido para ω_0 en (20) la TTR máxima es de 107,76 kV (2·53,88 kV) y se alcanza en $t = T_0/2 = 34{,}7$ µs.

3. Elegir, justificando el resultado, el dieléctrico más barato que impida el reencendido del arco en la apertura tras un cortocircuito.

Para elegir el dieléctrico más adecuado, es necesario calcular qué valor alcanza la tensión de recuperación de cada uno, en el instante en que se alcanza el máximo de la TTR. Serán válidos aquellos dieléctricos que tengan una tensión de recuperación superior a la TTR en dicho instante:

- $k_A = 10$ → $u_A = 10\sqrt{34{,}7} = 58{,}95$ kV → No me sirve (58,9 < 107,76)
- $k_B = 20$ → $u_B = 20\sqrt{34{,}7} = 117{,}81$ kV → Si me sirve (117,81 > 107,76)
- $k_C = 30$ → $u_C = 30\sqrt{34{,}7} = 176{,}74$ kV → Si me sirve (176,74 > 107,76)

Los dieléctricos B y C aseguran que no se produce el reencendido del arco, pero elegimos el B por ser el más barato.

La figura 9.2 representa gráficamente el comportamiento de cada dieléctrico con respecto a la tensión transitoria de restablecimiento.

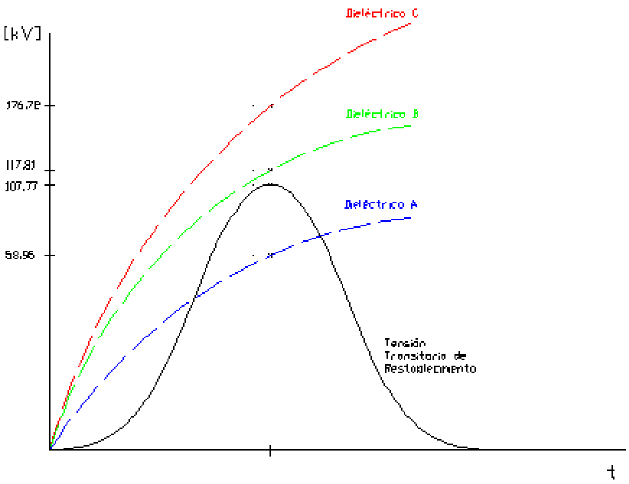

Figura 9.2. Comportamiento de los dieléctricos.