

Análisis Dinámico y Control de Sistemas Eléctricos

Ejercicios de regulación de frecuencia

Profesores:

Pablo Ledesma Larrea



Ejercicio 1

Consideremos un sistema en régimen permanente, con una frecuencia de 50 Hz, en el que se demandan 10000 MW y en el que la energía cinética almacenada en las máquinas rotativas es $W_c = 100000$ MJ. Calcular la variación de frecuencia si la demanda aumenta en 100 MW

Solución 1

El incremento de demanda se cubre con la variación de energía cinética, por lo que podemos escribir.

$$\frac{dW_c}{dt} = -100 \text{ MW}.(1)$$

Por otro lado, en el instante inicial

$$\frac{dW_c}{dt} = \frac{d\left(\frac{1}{2}J\omega^2\right)}{dt} = J\omega_o \frac{d\omega}{dt} = 2 \frac{\frac{1}{2}J\omega_o^2}{\omega_o} \frac{d\omega}{dt} = 2 \times 100000 \text{ MJ} \frac{1}{\omega_o} \quad (2)$$

donde J es la inercia de todas las máquinas rotativas, ω es la frecuencia en radianes por segundo y ω_o es la frecuencia inicial. Igualando las expresiones 1 y 2, y despejando la variación inicial de frecuencia respecto a la frecuencia inicial, obtenemos

$$\frac{1}{\omega_o} \frac{d\omega}{dt} = \frac{-100 \text{ MW}}{2 \times 100000 \text{ MJ}} = -0,0005 \text{ s}^{-1}.(3)$$

La ecuación 3 indica que un incremento de demanda de 100 MW, es decir del 1%, provoca que la frecuencia comience a caer a razón de un 0,05% cada segundo, es decir $0,0005 \text{ s}^{-1} \times 50 \text{ Hz} = 0,025 \text{ Hz/s} = 1,5 \text{ Hz/min}$. Si no actuase algún mecanismo corrector, esta pequeña variación de carga provocaría un colapso del sistema en poco tiempo.

Ejercicio 2

Sea un sistema formado por una planta con 2 unidades de 250 MVA y una carga de 200 MW. La constante de inercia H de cada unidad, sobre una potencia base de 250 MVA, es 5 s. La carga varía un 2% cuando la frecuencia varía un 1%. Determinar:

1. El diagrama de bloques del sistema, sobre una potencia base de 500 MVA.

2. La desviación de frecuencia si la carga cae repentinamente 20 MW, suponiendo que no existe ningún control de frecuencia.

Solución 2

La constante de inercia total, referida a una potencia base de 500 MVA es

$$H = \frac{5 \text{ s} \times 250 \text{ MW}}{500 \text{ MW}} \times 2 = 5 \text{ s.} \quad (4)$$

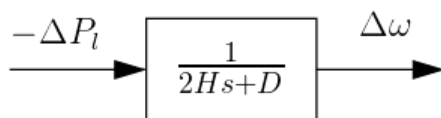
La constante de amortiguamiento D, referida a la misma potencia base es:

$$D = \frac{2 \times 200 \text{ MW}}{500 \text{ MW}} = 0,8. \quad (5)$$

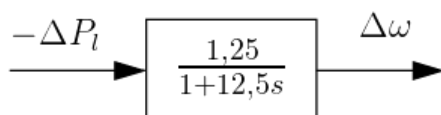
Teniendo en cuenta que no hay regulación de velocidad,

$$\Delta P_m = 0. \quad (6)$$

Por tanto, el diagrama de bloques del sistema queda



Y sustituyendo valores



Es decir, tenemos un sistema de primer orden con constante de tiempo 12,5 s.

Ahora utilizamos este sistema para analizar el efecto de un incremento de carga $\Delta P_l = -20 \text{ MW} = -0,04 \text{ p.u.}$. La transformada de Laplace de este escalón de carga es

$$\Delta P_l(s) = \frac{-0,04}{s}. \quad (7)$$

La respuesta en régimen permanente ante este incremento de carga es un incremento de frecuencia es

$$\Delta\omega_{r,\infty} = 0,04 \times 1,25 = 0,05 \text{ p.u.} = 0,05 \times 50 = 2,5 \text{ Hz.} \quad (8)$$

La figura ?? muestra la evolución de la frecuencia en función del tiempo.

Para simplificar los cálculos hemos usado la carga original de 200 MW en la ecuación 5. Podemos resolver la segunda pregunta con más exactitud descontando los 20 MW que se desconectan en la ecuación 5, en tal caso la constante D queda $D = 0.72$ y el incremento de frecuencia final es $\Delta\omega_r = 2,78$ Hz.

Como puede comprobarse comparando este ejemplo con el ejercicio 1, el efecto amortiguador de la carga hace que la frecuencia se estabilice en vez de crecer indefinidamente. Sin embargo, la variación de la frecuencia, 2,5 Hz ante una variación de la carga del 4%, sería inadmisibles en cualquier sistema eléctrico moderno. Se hace por tanto necesario aplicar un sistema de control que mantenga la frecuencia dentro de unos límites más estrechos.

Ejercicio 3

Sea un sistema con dos generadores con las siguientes potencia nominal y estatismo:

1. $S_{1b} = 500$ MVA; $R_1 = 3\%$.
2. $S_{2b} = 250$ MVA; $R_2 = 1\%$.

Calcular la variación de frecuencia una vez ejecutado el control primario de frecuencia, si se produce un escalón de carga $\Delta P_1 = 100$ MW. Despreciar el efecto de la frecuencia sobre la carga.

Solución 3

Para evitar confusión entre incrementos de potencia relativos y absolutos, designamos a un incremento de potencia unitario en el generador i como $\Delta P_{i[pu]}$, y a un incremento absoluto de potencia en MW en el mismo generador como $\Delta P_{i[MW]}$. De forma similar, un incremento de frecuencia unitario es $\Delta f_{[pu]}$, y un incremento en Herzios $\Delta f_{[Hz]}$. En el generador 1.

$$0,03 = -\frac{\Delta f_{[pu]}}{\Delta P_{1[pu]}} = -\frac{\Delta f_{[pu]} \times 500 \text{ MVA}}{\Delta P_{1[MW]}}, (9)$$

y en el generador 2

$$0,01 = -\frac{\Delta f_{[pu]}}{\Delta P_{2[pu]}} = -\frac{\Delta f_{[pu]} \times 250 \text{ MVA}}{\Delta P_{2[MW]}}. (10)$$

Igualando $\Delta f_{[pu]}$:

$$\frac{0,03 \times \Delta P_{1[MW]}}{500} = \frac{0,01 \times \Delta P_{2[MW]}}{250} \Rightarrow 3\Delta P_{1[MW]} = 2\Delta P_{2[MW]}.(11)$$

Por otro lado,

$$\Delta P_{1[MW]} + \Delta P_{2[MW]} = 100 \text{ MW}.(12)$$

Resolviendo juntas las ecuaciones 11 y 12 obtenemos

$$\Delta P_{1[MW]} = 40 \text{ MW}, \quad (13)$$

$$\Delta P_{2[MW]} = 60 \text{ MW}. \quad (14)$$

El incremento de frecuencia unitario es

$$\Delta f_{[pu]} = -\frac{0,03 \times 40}{500} = -0,24\%,(15)$$

y el incremento de frecuencia absoluto es

$$\Delta f_{[Hz]} = -50\text{Hz} \times 0,0024 = -0,12 \text{ Hz}.(16)$$

Ejercicio 4

Sea un sistema con tres generadores cuyas potencias base, potencia generada y estatismo son los siguientes:

1. $S_{1b} = 500 \text{ MVA}$; $P_1 = 200 \text{ MW}$; $R_1 = 1\%$.
2. $S_{2b} = 500 \text{ MVA}$; $P_2 = 200 \text{ MW}$; $R_2 = 2\%$.
3. $S_{3b} = 500 \text{ MVA}$; $P_3 = 200 \text{ MW}$; $R_3 = 3\%$.

Calcular el incremento de frecuencia en el sistema, una vez ha actuado la regulación primaria si:

- Se pierde el generador 1.
- Se pierde el generador 3.

Despreciar el efecto de la frecuencia sobre la carga.

Solución 4

Se pierde el generador 1 La situación es similar a un incremento de carga de 200 MW asumido por los generadores 2 y 3. Por un lado

$$\Delta f_{[pu]} = -\frac{0,02 \times \Delta P_{2[MW]}}{500 \text{ MVA}} = -\frac{0,03 \times \Delta P_{3[MW]}}{500 \text{ MVA}},(17)$$

y por otro

$$\Delta P_{2[MW]} + \Delta P_{3[MW]} = 200 \text{ MW}.(18)$$

Resolviendo juntas las ecuaciones anteriores,

$$\Delta P_{2[MW]} = 120 \text{ MW}, \quad (19)$$

$$\Delta P_{3[MW]} = 80 \text{ MW}, \quad (20)$$

$$\Delta f_{[pu]} = -0,48\%. \quad (21)$$

Se pierde el generador 3 La situación es similar a un incremento de carga de 200 MW asumido por los generadores 1 y 2. Por un lado

$$\Delta f_{[pu]} = -\frac{0,01\Delta P_{1[MW]}}{500 \text{ MVA}} = -\frac{0,02\Delta P_{2[MW]}}{500 \text{ MVA}},(22)$$

y por otro

$$\Delta P_{1[MW]} + \Delta P_{2[MW]} = 200 \text{ MW}.(23)$$

Resolviendo,

$$\Delta P_{1[MW]} = 133,3 \text{ MW}, \quad (24)$$

$$\Delta P_{2[MW]} = 66,6 \text{ MW}, \quad (25)$$

$$\Delta f_{[pu]} = -0,27\%. \quad (26)$$

Ejercicio 5

Sea un sistema con tres generadores cuya potencia nominal y estatismo es, respectivamente:

1. $S_{1b} = 1000 \text{ MVA}; R_1 = 2\%$.
2. $S_{2b} = 1000 \text{ MVA}; R_2 = 4\%$.
3. $S_{3b} = 1000 \text{ MVA}; R_3 = 5\%$.

Debido a una variación de carga, la frecuencia del sistema crece un 0,2%.

Suponiendo que solamente ha actuado la regulación primaria de frecuencia,

¿cuál ha sido la variación de carga? Despreciar el efecto de la frecuencia sobre la carga.

Solución 5

Los incrementos de potencia en cada generador son:

$$\Delta P_{1[MW]} = -\frac{\Delta f_{[pu]} S_{1b}}{R_1} = -\frac{0,002 \times 1000 \text{ MVA}}{0,02} = -100 \text{ MW} \quad (27)$$

$$\Delta P_{2[MW]} = -\frac{\Delta f_{[pu]} S_{2b}}{R_2} = -\frac{0,002 \times 1000 \text{ MVA}}{0,04} = -50 \text{ MW} \quad (28)$$

$$\Delta P_{3[MW]} = -\frac{\Delta f_{[pu]} S_{3b}}{R_3} = -\frac{0,002 \times 1000 \text{ MVA}}{0,05} = -40 \text{ MW} \quad (29)$$

Sumando,

$$\Delta P_t = \Delta P_{1[MW]} + \Delta P_{2[MW]} + \Delta P_{3[MW]} = -(100 + 50 + 40) \text{ MW} = -190$$

(30)

luego la demanda ha descendido en 190 MW.

Ejercicio 6

Sea un sistema con las siguientes características:

- La suma de las potencias nominales de los generadores conectados es, al menos, 20000 MVA.
- No se prevén escalones de demanda superiores a 1000 MW.
- Todos los generadores tienen el mismo estatismo.

Se desea que la regulación primaria mantenga la frecuencia en una banda igual a la frecuencia nominal más/menos un 0,075%. ¿Cuál debería ser el estatismo de los generadores? Despreciar el efecto de la frecuencia sobre la carga.

Solución 6

En cada generador se cumple

$$\Delta f_{[pu]} S_{ib} = -R \Delta P_{i[MW]} \cdot (31)$$

Sumando para los n generadores del sistema,

$$\Delta f_{[pu]} \sum_{i=1}^n S_{ib} = -R \sum_{i=1}^n \Delta P_{i[MW]} \cdot (32)$$

Sustituyendo,

$$\Delta f_{[pu]} \times 20000 \text{ MVA} = -R \times 1000 \text{ MW}, (33)$$

y despejando,

$$R = -\frac{\Delta f_{[pu]} \times 20000 \text{ MVA}}{1000 \text{ MW}} = \frac{0,075\% \times 20000 \text{ MVA}}{1000 \text{ MW}} = 1,5\%, (34)$$

Es decir, si todos los generadores tuviesen un estatismo del 1,5%, la regulación primaria mantendría la frecuencia en la banda especificada. Puede observarse, examinando la ecuación 34, que un escalón de potencia inferior a 1000 MW, o una suma de las potencias nominales superior a 20000 MVA provocarían variaciones aún menores de la frecuencia.

Ejercicio 7

Sea un sistema con dos áreas unidas a través de una línea. Las características de cada área son las siguientes.

área	Carga (MW)	Generación (MW)	Pot. nominal total (MW)	Reserva total (MW)	B (MW/0,1Hz)
1	20000	19000	30000	1000	250
2	40000	41000	55000	1000	500

La frecuencia nominal es 50 Hz. La dependencia de la carga con la frecuencia es $D = 1$ (un incremento de un 1% en la frecuencia provoca un incremento de un 1% en la carga). El estatismo de los reguladores de velocidad es $R=5\%$. En condiciones normales el área 1 importa 1000 MW del área 2.

Tanto en el área 1 como en el área 2, únicamente participan en la regulación secundaria algunas plantas.

Determinar

- la frecuencia,
- la generación y la carga en cada área y
- el flujo de potencia por la línea de enlace

si se pierden 1000 MW de carga en el área 1 y actúa solo la regulación primaria.

Solución 7

En régimen permanente, las variaciones de carga por efecto de la variación de frecuencia en ambas áreas son:

$$\Delta P_{LD1} = \Delta f \times (20000 - 1000) \text{ MW} \quad (35)$$

$$\Delta P_{LD2} = \Delta f \times 40000 \text{ MW}. \quad (36)$$

Las variaciones de generación en ambas áreas son:

$$\Delta P_{G1} = -\Delta f \times \frac{30000}{0,05} \text{ MW} \quad (37)$$

$$\Delta P_{G2} = -\Delta f \times \frac{55000}{0,05} \text{ MW}. \quad (38)$$

Cambiando de signo las ecuaciones 35 y 36 y sumándolas a las ecuaciones 37 y 38 obtenemos

$$\Delta P_l = -\Delta P_{LD1} - \Delta P_{LD2} + \Delta P_{G1} + \Delta P_{G2} \quad (39)$$

$$= -1000 \text{ MW} = -\Delta f \left(19000 + 40000 + \frac{30000}{0,05} + \frac{55000}{0,05} \right), \quad (40)$$

luego el incremento de frecuencia es

$$\Delta f = 0,0568\% = 0,0284 \text{ Hz}. \quad (41)$$

La variación de carga por efecto de la frecuencia es

$$\Delta P_{LD1} = 0,000568 \times 19000 = 10,8 \text{ MW} \quad (42)$$

$$\Delta P_{LD2} = 0,000568 \times 40000 = 22,7 \text{ MW}, \quad (43)$$

y la variación de generación es

$$\Delta P_{G1} = -0,000568 \times \frac{30000}{0,05} = -341,1 \text{ MW} \quad (44)$$

$$\Delta P_{G2} = -0,000568 \times \frac{55000}{0,05} = -625,4 \text{ MW}. \quad (45)$$

Los nuevos valores de carga y generación son:

	área 1	área 2
Carga	20000-1000+10,8 = 19010,8 MW	40000+22,7 = 40022,7 MW
Generación	19000-341,1 = 18659,9 MW	41000-625,4 = 40374,6 MW

El nuevo flujo del área 2 al área 1 es 351,9 MW. La frecuencia final es 50,028 Hz.

Ejercicio 8

En el sistema del ejercicio [7](#), determinar el estado del sistema si se pierden 1000 MW de carga en el área 1 una vez actúa la regulación secundaria.

Solución 8

La reserva a bajar en el área 1 es 1000 MW, suficiente para afrontar la pérdida de carga. Una vez haya actuado la regulación secundaria, los errores de control de área ACE_1 y ACE_2 se habrán anulado:

$$ACE_1 = B_1 \Delta f + \Delta P_{12} = 0; \quad (46)$$

$$ACE_2 = B_2 \Delta f - \Delta P_{12} = 0. \quad (47)$$

Por tanto, la frecuencia volverá a ser 50 Hz y el flujo de potencia del área 2 al área 1 volverá a ser 1000 MW. La carga y la generación en el área 1 se reducirán en 1000 MW, y la carga y la generación en el área 2 serán las iniciales.

Ejercicio 9

En el sistema del ejercicio 7, determinar el estado del sistema si se pierde una generación de 500 MW en el área 1 junto una cuarta parte de la reserva de regulación secundaria. Suponer que termina de actuar la regulación secundaria.

Solución 9

La reserva que se pierde es

$$\frac{1000}{4} = 250 \text{ MW (48)}$$

Por lo que queda una reserva de $1000 - 250 = 750$ MW. Esta reserva es suficiente para compensar la reducción de 500 MW en la generación. Por tanto, al igual que en el caso anterior, en régimen permanente no hay variación de la frecuencia ni del intercambio entre áreas. La carga y la generación en las áreas 1 y 2 no varían.

Ejercicio 10

En el sistema del ejercicio 7, determinar el estado del sistema si se pierden varias plantas que suman 3000 MW de potencia nominal en el área 1 y que estaban generando 1700 MW, pero toda la reserva de regulación secundaria sigue disponible. Suponer que termina de actuar la regulación secundaria.

Solución 10

La reserva en el área 1 solamente es capaz de reponer 1000 MW de la generación perdida, por lo que la regulación secundaria no puede anular el error de control de área ACE_1 . Suponemos que la regulación secundaria en el área 2 sí será capaz de anular su error ACE_2 , por lo que

$$ACE_2 = B_2 \Delta f - \Delta P_{12} = 0. (49)$$

Despejando la variación de potencia exportada,

$$\Delta P_{12} = B_2 \Delta f = 5000 \Delta f \cdot 50 = 250000 \Delta f. (50)$$

Es decir, en régimen permanente habrá una disminución de la frecuencia del sistema. Debido a la dependencia entre la carga y la frecuencia, el incremento de la carga en el área 1 será

$$\Delta P_{ID1} = D_1 \times \Delta f \times 20000 = 20000\Delta f. (51)$$

Haciendo un balance en el área 1 entre la variación de generación, la variación de carga y la de flujo de potencia entre áreas, y sustituyendo las ecuaciones anteriores:

$$\Delta P_{G1} = D_1 \Delta f + \Delta P_{12}; \quad (52)$$

$$-1700 \text{ MW} + 1000 \text{ MW} = 20000\Delta f + 250000\Delta f. \quad (53)$$

Despejando el incremento de frecuencia:

$$\Delta f = \frac{-1700 + 1000}{20000 + 250000} = -0,002593 \text{ p.u.} = -0,1296 \text{ Hz} (54)$$

Los incrementos de carga debidos a la variación de frecuencia y la variación de flujo de potencia son, respectivamente:

$$\Delta P_{ID1} = -0,002593 \times 20000 = -51,85 \text{ MW}; \quad (55)$$

$$\Delta P_{ID2} = -0,002593 \times 40000 = -103,70 \text{ MW}; \quad (56)$$

$$\Delta P_{12} = -0,002593 \times 250000 = -648,15 \text{ MW}. \quad (57)$$

Los nuevos valores de carga y generación son:

área 1	área 2
Carga 20000-51,85 = 19948,15 MW	40000-103,70 = 39896,30 MW
Generación 19000-700 = 18300 MW	41000-103,70+648,15 = 41544,45 MW

La generación en el área 2 sube en 544 MW, menos que la reserva, por lo que se confirma la hipótesis de que el área 2 consigue anular su error de control de área. El nuevo flujo del área 2 al área 1 es 1648,15 MW. La frecuencia final es 49,87 Hz.

Ejercicio 11

En el sistema del ejercicio 7, determinar el estado del sistema si se pierde la línea de enlace pero no se modifica la programación de flujo de potencia entre áreas. Suponer que termina de actuar la regulación secundaria.

Solución 11

El control secundario en el área 1 trata de mantener el intercambio de potencia programado, por lo que

$$ACE_1 = 1000 + 2500 \times \Delta f_1 \times 50 = 0. (58)$$

Por tanto, el incremento de frecuencia en el área 1 es

$$\Delta f_1 = -\frac{1000}{2500 \times 50} = -0,008 \text{ p.u.} = -0,4 \text{ Hz}, (59)$$

y el cambio de carga en el área 1 es

$$\Delta P_{LD1} = D_1 \Delta f = -20000 \times 0,008 = -160 \text{ MW}. (60)$$

Análogamente, en el área 2

$$\Delta f_2 = \frac{1000}{5000 \times 50} = 0,004 \text{ p.u.} = 0,2 \text{ Hz} (61)$$

y

$$\Delta P_{LD2} = D_2 \Delta f = 40000 \times 0,004 = 160 \text{ MW}. (62)$$

Los nuevos valores de carga, generación y frecuencia son

	área 1	área 2
Carga	$20000 - 160 = 19840 \text{ MW}$	$40000 + 160 = 40160 \text{ MW}$
Generación	19840 MW	40160 MW
Frecuencia	49.6 Hz	50.2 Hz

Ejercicio 12

En el sistema del ejercicio 7, determinar el estado del sistema si se pierde la línea de enlace y se corrige la programación del flujo entre áreas, que pasa a ser nula. Suponer que termina de actuar la regulación secundaria.

Solución 12

Como efecto de la acción de la regulación secundaria en el área 1, la generación aumentó en 1000 MW para suplir los 1000 MW que dejan de llegar procedentes del área 2. Análogamente, la generación en el área 2 se reducirá en 1000 MW. La generación en cada área igualará a la carga, y la frecuencia final será 50 Hz en ambas áreas.