



# Tema 1: Conceptos básicos

## Fundamentos de Ingeniería Eléctrica

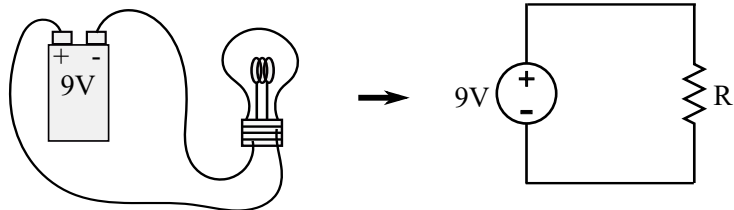
Belén García

Departamento de Ingeniería Eléctrica

Universidad Carlos III de Madrid

## Modelos circuitales

Los sistemas reales se pueden modelar mediante circuitos eléctricos:



El análisis de circuitos facilita el cálculo de las corrientes, tensiones y potencias en estos sistemas.

# Suposiciones

- | **Circuitos de parametros concentrados:** el efecto de cada elemento se concentra en un punto del espacio y las corrientes se mueven instantáneamente a lo largo del circuito.
- | **Circuitos en regimen permanente:** el circuito ha permanecido en las mismas condiciones durante un tiempo suficiente como para alcanzar el régimen permanente.

# Análisis de circuitos eléctricos

- | Circuito eléctrico: Excitación / Respuesta
- | Aplicaremos reglas básicas para determinar la respuesta del circuito en función de la excitación.
- | Las leyes se basan en las leyes del electromagnetismo.

# Carga

- | Propiedad básica de la materia
- | Origen de la interacción electrostática.
- | Naturaleza bipolar
- | Interacción

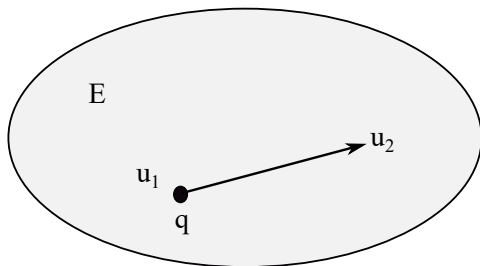


- | Unit SI: Culombios [C]

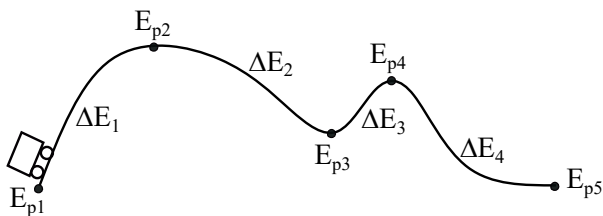
$$q_{e^-} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

# Tensión

- | La presencia de carga origina una distribución de campo eléctrico
- | Una carga dentro de un campo eléctrico posee una **energía potencial eléctrica** que es el llamado potencial, tensión o **tension** en este punto.



## Símil gravitatorio



$$E_{pk} = m g h_k$$

En cada punto del recorrido el vagón tiene una cierta energía potencial y cuando se mueve entre dos puntos pierde o gana energía potencial

# Diferencia de potencial

La **diferencia de potencial** o **tension** entre dos puntos del espacio es el trabajo que debe suministrarse para mover una carga entre estos dos puntos.

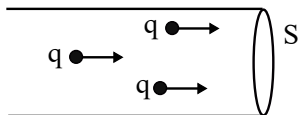
$$u = \frac{dw}{dq}$$

La tensión se mide en voltios [V] en el SI.



# Corriente

Los electrones libres pueden moverse en los materiales conductores. El movimiento se producirá si el material se somete a una diferencia de potencial.



La **corriente** o intensidad eléctrica se define como la cantidad total de carga eléctrica que fluye a través de la sección de un material conductor por unidad de tiempo.

$$i(t) = \frac{dq}{dt}$$

La corriente se mide en amperios [A] en el SI.



# Potencia eléctrica

La potencia se define como el trabajo realizado por unidad de tiempo

$$p = \frac{dw}{dt}$$

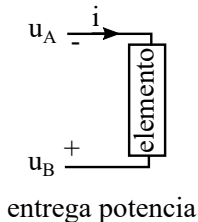
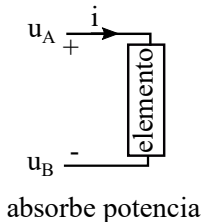
La **potencia eléctrica** se puede calcular como:

$$p = \frac{dw}{dt} = \frac{u \, dq}{dt} = u \, i$$

La potencia eléctrica se mide en vatios [W] en el SI

# Potencia absorbida o entregada

- | Un elemento absorbe potencia cuando la corriente se mueve desde un punto de mayor tensión hacia un punto de menor tensión. Las cargas pierden energía al atravesar este elemento.
- | Un elemento entrega potencia cuando la corriente fluye desde un punto de tensión más baja hacia un punto de tensión más alta. Las cargas ganan energía en su camino a través del elemento.



# Criterio de signos

En los circuitos eléctricos siempre existe un balance de potencia entre la potencia entregada por las fuentes y la potencia absorbida por las resistencias.

El criterio de signos que adoptaremos es:

- | La potencia entregada por las fuentes se toma como positiva y la potencia absorbida por las fuentes se toma como negativa.
- | La potencia absorbida por las resistencias se toma como positiva (las resistencias nunca entregan energía)

**Balance de potencia**

$$P_{fuentes} = P_{resistencias}$$

# Primera ley de Kirchhoff: ley de las corrientes

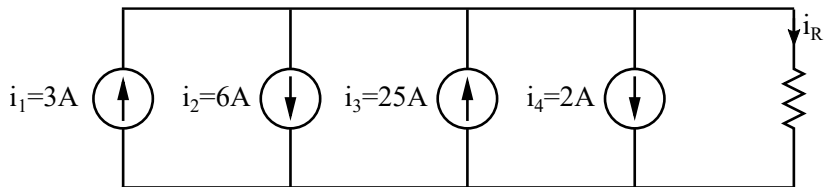
La primera ley de Kirchhoff (1LK), también conocida como ley de las corrientes, se basa en el principio de conservación de la carga y establece que **la suma algebraica de la corriente en cualquier nudo de un circuito es igual a cero.**

$$\sum_i i = 0$$



## Ejemplo

En el siguiente circuito, calcula el valor de  $i_R$



Aplicando 1LK obtenemos:

×

$$i = 0 \Rightarrow i_1 + i_2 + i_3 + i_4 + i_R = 0$$

$$i_R = 3 + 6 + 25 - 2 = 20A$$



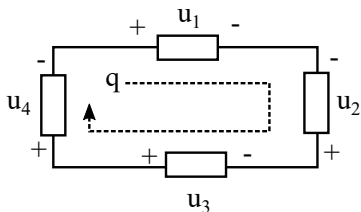
## Segunda ley de Kirchhoff: ley de las tensiones

La segunda ley de Kirchhoff (2LK), también conocida como ley de las tensiones, se basa en el principio de conservación de energía y establece que **la suma algebraica de las tensiones en cualquier camino cerrado de un circuito es igual a cero.**

$$\sum u = 0$$

## Segunda ley de Kirchhoff

Las cargas que se mueven alrededor de un camino cerrado pierden energía en algunas partes del camino y ganan energía en otras, pero la ganancia total es cero.



$$u_1 + u_4 = u_2 + u_3$$

Tomaremos:

Caídas de tensión +

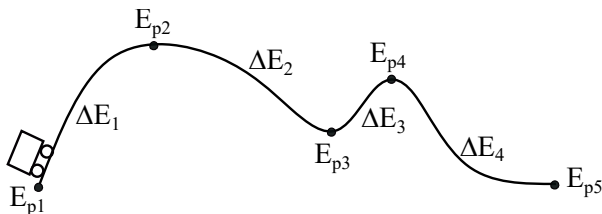
Elevaciones de tensión -

×

$$u = 0 \Rightarrow u_1 \quad u_2 \quad u_3 + u_4 = 0$$

## Símil mecánico

En una montaña rusa donde la velocidad del vagón es la misma al principio y al final del recorrido, el aumento de energía potencial en los tramos de subida y es igual a la pérdida de energía en los tramos de bajada.

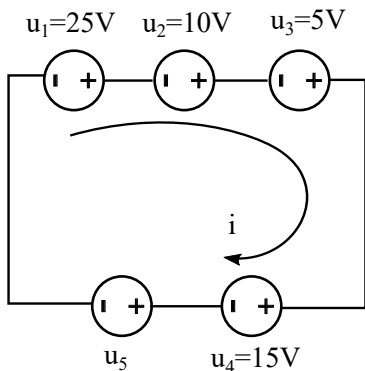


$$\Delta E_1 = E_{p2} - E_{p1}; \Delta E_2 = E_{p3} - E_{p2}; \Delta E_3 = E_{p4} - E_{p3}; \Delta E_4 = E_{p5} - E_{p4}$$

$$\Delta E_1 + \Delta E_3 = \Delta E_2 + \Delta E_4$$

## Ejemplo

Calcular el valor de  $u_5$ :



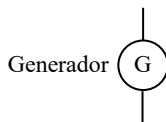
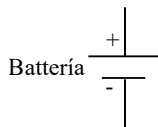
×

$$u = 0 \Rightarrow u_1 \quad u_2 \quad u_3 + u_4 + u_5 = 0$$

$$u_5 = 25 + 10 + 5 \quad 15 = 25V$$

# Elementos activos y pasivos

- | Elementos activos: Suministran energía al circuito



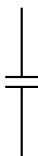
- | Elementos pasivos: Absorben o almacenan energía eléctrica.



Resistencia



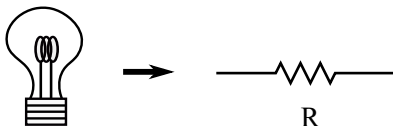
Bobina



Condensador

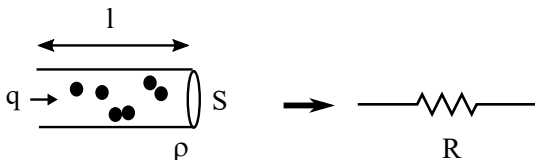
# Resistencias

- | Las resistencias modelan elementos que transforman energía eléctrica en calor (bombillas, radiadores eléctricos...).
- | Para el análisis de circuitos caracterizamos estos elementos por medio de la llamada resistencia eléctrica o **resistencia** ( $R$ ).
- | La resistencia se mide en ohmios [ $\Omega$ ] en el SI.



# Significado físico

- | El concepto de resistencia eléctrica está relacionado con la pérdida de energía que experimentan las cargas al atravesar la sección de un material conductor.
- | Las cargas chocan y esas colisiones disipan energía que se transforma en calor.
- | La resistencia eléctrica de un elemento depende de la naturaleza del material que lo constituye y de su geometría.



# Resistividad

- | La resistividad (  $\rho$  ) de un material es una propiedad física que está relacionada con la facilidad con la que los electrones se mueven en su interior.
- | La resistividad es la inversa de la conductividad (  $\sigma$  ) y se mide en  $[\Omega \cdot m]$  en el SI.

$$R = \frac{l}{S}$$

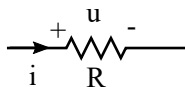
- | Además, definimos la conductancia de un elemento (G) como la inversa de su resistencia. La conductancia se mide en Siemens [S] en el SI.

$$G = \frac{1}{R}$$



# Ley de Ohm

- | Las cargas eléctricas siempre pierden energía cuando atraviesan una resistencia.
- | En el análisis de circuitos, la pérdida de energía se caracteriza como una caída de tensión. **La polaridad relativa entre la tensión y la corriente en una resistencia siempre es como se muestra a continuación:**



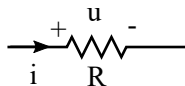
- | **Ley de Ohm** proporciona la relación entre la corriente y la caída de tensión en una resistencia:

$$u = R i$$

# Potencia absorbida por una resistencia

Las resistencias **siempre** absorben energía (es decir, nunca la entregan).

$$p_R = u \ i$$



$$u = R \ i$$

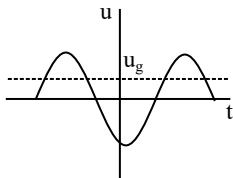
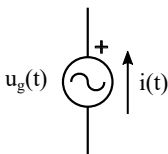
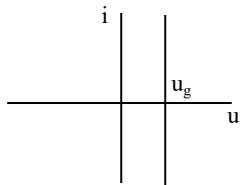
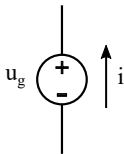
Entonces:

$$p_R = R \ i^2$$

$$p_R = \frac{u^2}{R}$$

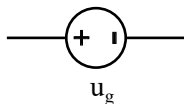
# Fuente de tensión ideal

- | Las fuentes de tensión ideales mantienen una caída de tensión constante entre sus terminales, independientemente de la corriente que circule por ellas.
- | Las fuentes de tensión ideales pueden ser de corriente continua o alterna.

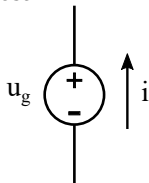


## Fuente de tensión ideal

Para caracterizar una fuente de tensión CC ideal, necesitamos conocer su **tensión de salida**, que es la diferencia de potencial entre sus terminales, y su **polaridad** (indicada por los signos + -).



La potencia suministrada por una fuente de tensión se puede calcular como el producto de su tensión de salida y la corriente que la atraviesa.

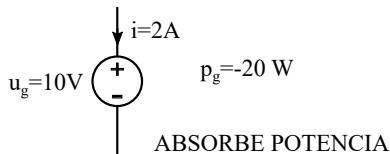
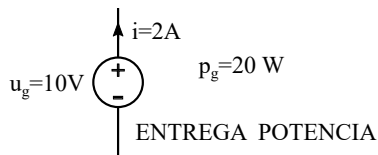


$$p_g = u_g \cdot i$$

# Fuente de tensión ideal

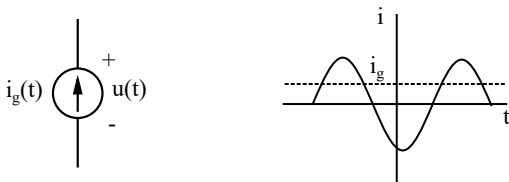
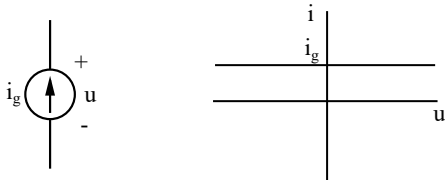
- | Aunque las fuentes de tensión son elementos activos, pueden absorber energía.
- | Una fuente entrega energía si la corriente fluye de - a + y absorbe si la corriente fluye de + a -
- | Criterio de signo: La potencia entregada por las fuentes se tomará como positiva y la absorbida como negativa

## Ejemplo



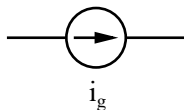
# Fuente de corriente ideal

- | Las fuentes de corriente ideales mantienen un flujo de corriente constante a través de ellas, independientemente de la caída de tensión entre sus terminales.
- | Las fuentes de corriente ideales pueden ser de CC o de CA.



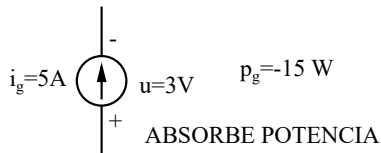
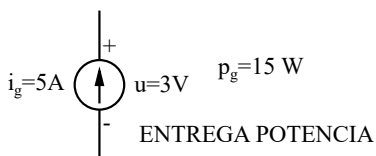
# Fuente de corriente ideal

- Para definir una fuente de corriente ideal necesitamos conocer su **corriente de salida** y su **polaridad** (indicada por la dirección de la flecha).
- Potencia suministrada por una fuente de corriente ideal:



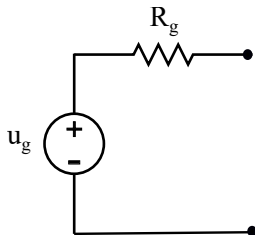
$$p_g = i_g u$$

## Ejemplo



# Fuentes de tensión reales

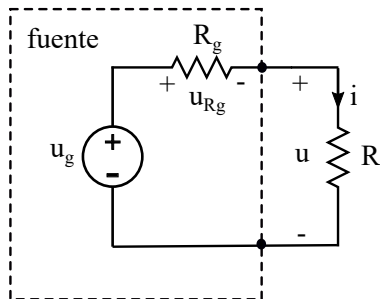
Una fuente de tensión real se modela como una fuente de tensión ideal en serie con una resistencia.



La tensión suministrada no es constante, sino que depende de la corriente que circula por el circuito



## Real voltage sources

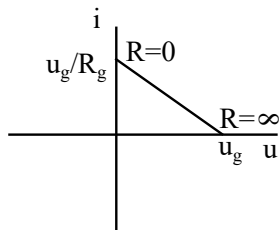
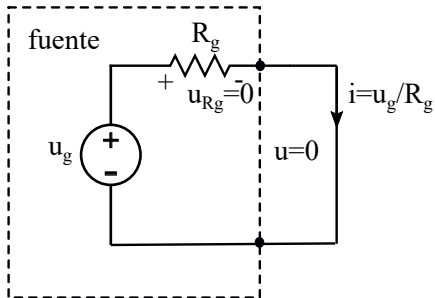
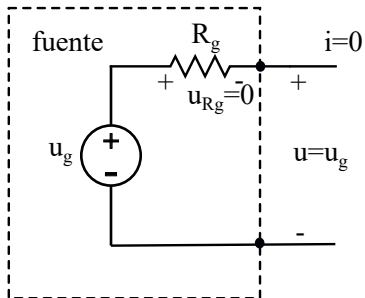


$$u = u_g - R_g i$$

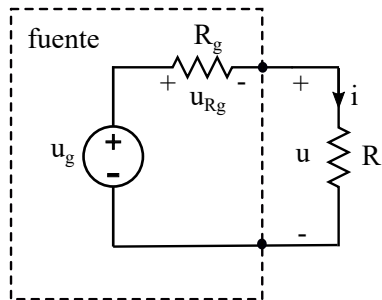
donde

$$i = \frac{u_g}{R_g + R}$$

## Fuentes de tensión reales



# Rendimiento



Potencia suministrada a la resistencia:

$$p_g = R i^2 = R \frac{u_g^2}{(R_g + R)^2}$$

Pérdidas internas de la fuente:

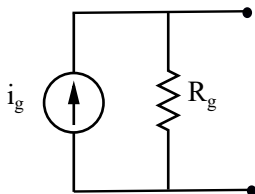
$$p_{R_g} = u_{R_g} i = R_g \frac{u_g^2}{(R_g + R)^2}$$

Rendimiento de la fuente

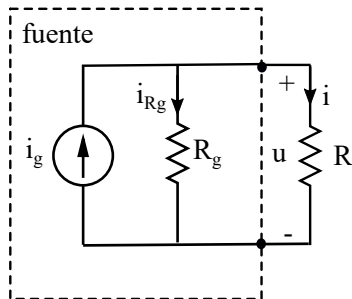
$$= \frac{p_g}{p_g + p_{R_g}} = \frac{R}{R_g + R}$$

## Fuente de corriente real

Una fuente de corriente real se modela como una fuente de corriente ideal en paralelo con una resistencia.



## Fuente de corriente real



La corriente suministrada ( $i$ ) no es constante sino que depende de la caída de tensión ( $u$ ) entre sus terminales.

$$i = i_g \frac{u}{R_g}$$

# Análisis de circuitos

Para abordar el análisis de circuitos eléctricos resistivos utilizaremos las reglas básicas introducidas hasta ahora:

- | Leyes de Kirchhoff

$$\sum i = 0$$

$$\sum u = 0$$

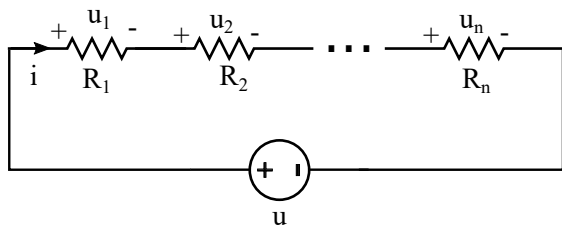
- | Ley de Ohm

$$u = R \cdot i$$

Además es posible emplear una serie de reglas de asociación y transformación de elementos por equivalentes para simplificar los circuitos.

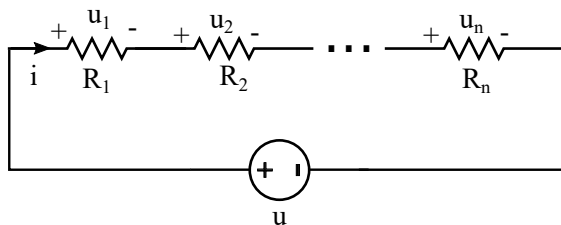
## Asociación de resistencias en serie

Dos o más elementos están conectados en **serie** si por ellos circula la **misma corriente**.



## Asociación de resistencias en serie

Dos o más elementos están conectados en **serie** si por ellos circula la **misma corriente**.



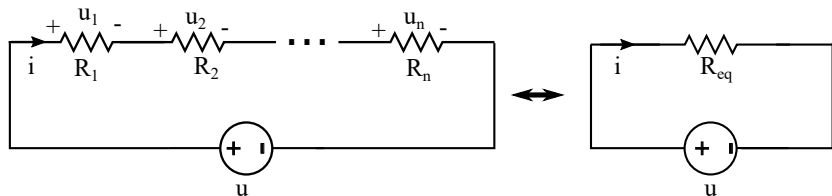
$$u_1 = R_1 i \quad u_2 = R_2 i \quad \dots \quad u_n = R_n i$$

$$u = u_1 + u_2 + \dots + u_n = R_1 i + R_2 i + \dots + R_n i = (R_1 + R_2 + \dots + R_n) i$$



## Asociación de resistencias en serie

El conjunto de  $n$  resistencias se puede reemplazar por resistencia equivalente  $R_{eq}$ :

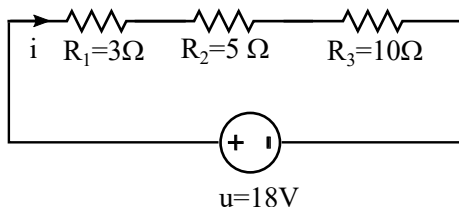


$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \prod_k R_k$$

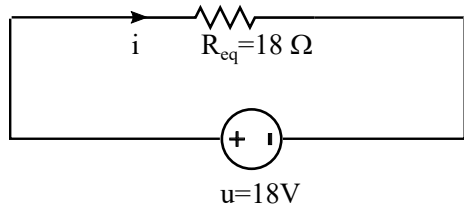
$$u = R_{eq} i$$

## Ejemplo

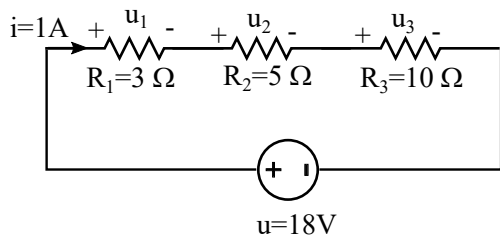
Calcular la corriente y la tensión en  $R_1$ ,  $R_2$  y  $R_3$ .



## Ejemplo



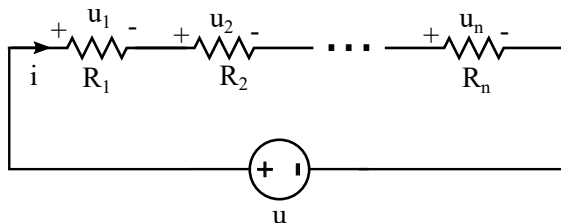
$$i = \frac{u}{R_{eq}} = \frac{18}{18} = 1A$$



$$u_1 = R_1 \quad i = 3V \quad u_2 = R_2 \quad i = 5V \quad u_3 = R_3 \quad i = 10V$$

## La ecuación del divisor de tensión

Algunos dispositivos electrónicos utilizan redes de resistencias conectadas en serie para obtener una fracción de la tensión suministrada por una fuente. La caída de tensión en cada una de las resistencias conectadas en serie es una parte de la tensión de la fuente.



La ecuación para calcular la caída de tensión en la resistencia  $k$  es:

$$u_k = \frac{R_k}{R_{eq}} u$$

## Asociación de resistencias en paralelo

Dos o más elementos están conectados en paralelo si tienen la misma caída de tensión .

$$i_1 = \frac{u}{R_1} \quad i_2 = \frac{u}{R_2} \quad \dots \quad i_n = \frac{u}{R_n} = u G_n$$

$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_n = \frac{u}{R_1} + \frac{u}{R_2} + \dots + \frac{u}{R_n} = u \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \right)$$

## Asociación de resistencias en paralelo

El conjunto de  $n$  resistencias se puede sustituir por una resistencia equivalente  $R_{eq}$ :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_k \frac{1}{R_k}$$

En términos de las conductancias:

$$G_{eq} = \sum_k G_k$$

## Divisor de corriente

Un divisor de corriente consiste en un circuito constituido por varias resistencias conectadas en paralelo que se pueden utilizar para obtener una fracción de la corriente de salida de una fuente de corriente.

La corriente en la resistencia  $k$  es

$$i_k = \frac{G_k}{G_{eq}} i$$

## Divisor de corriente para dos resistencias en paralelo

$$i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i \qquad i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i$$



## Fuentes de tensión ideales en serie

Un conjunto de fuentes de tensión ideales conectadas en serie se puede reemplazar por una fuente de tensión equivalente.

La tensión de salida de la fuente de tensión equivalente es la suma de las tensiones de las fuentes individuales, teniendo en cuenta su polaridad

$$U_{eq} = U_1 + U_2 + U_3$$

## Fuentes de corriente ideales en paralelo

Un conjunto de fuentes de corriente ideales conectadas en paralelo se puede reemplazar por una fuente de corriente equivalente.

La corriente de salida de la fuente de corriente ideal equivalente es la suma algebraica de las corrientes de salida de las fuentes de corriente ideales:

$$i_{eq} = i_1 + i_2 + i_3$$

## Transformación de fuentes reales

Una fuente de tensión real se pueden transformar por una fuentes de corriente real equivalente y viceversa.

$$u = u_g - R_{gu} i \qquad i = i_g - \frac{u}{R_{gi}}$$

Las fuentes son equivalentes si:

$$i_g = \frac{u_g}{R_{gu}} \qquad \text{y} \qquad R_{gu} = R_{gi}$$

# Bobinas y condensadores

- | Hemos estudiado que las resistencias son elementos pasivos que transforman la energía eléctrica en calor
- | Vamos a introducir otros tipos de elementos pasivos que, a diferencia de las resistencias, no disipan energía sino que la almacenan
- | Los condensadores son elementos que almacenan energía eléctrica en un campo eléctrico
- | Las bobinas son elementos que almacenan energía eléctrica en un campo magnético

# Condensador

Condensador: dos placas metálicas separadas una distancia  $d$  con un material dieléctrico entre ellas.

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

La capacidad se mide en faradios [F] en el SI.

$$q = C u \quad C = \frac{\epsilon S}{d}$$

## Condensador: relación entre tensión y corriente

$$q = C u \Rightarrow \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt} \Rightarrow i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$$

Cada de tensión en los terminales de un condensador cuando por el circula una corriente  $i$ :

$$u(t) = u(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(t) dt$$

La tensión en un condensador siempre vara de manera suave.

## Condensador en CC

En circuitos de CC en régimen permanente los condensadores se comportan como un circuito abierto:

$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt} = C \frac{du_g}{dt} = 0$$

En régimen transitorio , la tensión cambia y la corriente es distinta de cero.

# Potencia y energía almacenada en un condensador

Potencia:

$$p = u i = u C \frac{du}{dt}$$

Energía:

$$p = \frac{dw}{dt} \Rightarrow \int dw = C \int u du$$

$$w = \frac{1}{2} C u^2$$



## Asociación de condensadores en serie

$$u = u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{du_1}{dt} + \frac{du_2}{dt} + \dots + \frac{du_n}{dt} = \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \right) i = \frac{1}{C_{eq}} i$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} = \sum_k \frac{1}{C_k}$$

## Asociación de condensadores en paralelo

$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_n = (C_1 + C_2 + \dots + C_n) \frac{du(t)}{dt} = C_{eq} \frac{du(t)}{dt}$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots + C_n = \sum_k C_k$$

# Bobinas

Los bobinas son elementos pasivos que toman energia de una fuente y la almacenan en un campo magretico.

Inductancia:

$$L = \frac{N^2 \mu_{fe} S_{fe}}{l_{fe}} \quad [\text{H}]$$

$$N = L i$$

# Bobinas: relación entre tensión y corriente

Ley de Faraday:

$$u = N \frac{d\Phi}{dt}$$

$$N \Phi = L i \quad \Rightarrow \quad N \frac{d\Phi}{dt} = L \frac{di}{dt}$$

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad i(t) = i(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u(t) dt$$

La corriente a través de una bobina siempre vara suavemente.

## Bobinas en circuitos de CC

Si una bobina se alimenta con una fuente de corriente continua de valor constante  $i_g$ , la tensión en la bobina será cero:

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt} = L \frac{di_g}{dt} = 0$$

En CC, en régimen permanente, una bobina se comporta como un cortocircuito.

En régimen transitorio, la corriente que fluye a través de la bobina cambia y su caída de tensión será distinta de cero hasta que se alcance el régimen permanente.

# Poder y energia

Potencia absorbida por una bobina

$$p = u i = i L \frac{di}{dt}$$

Energia almacenada en una bobina:

$$p = \frac{dw}{dt} = L i \frac{di}{dt} \Rightarrow \int dw = L \int i di$$

$$w = \frac{1}{2} L i^2$$

# Asociación de bobinas en serie

[H]

$$u = u_1 + u_2 + \dots + u_n = (L_1 + L_2 + \dots + L_n) \frac{di}{dt} = L_{eq} \frac{di}{dt}$$

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + \dots + L_n = \sum_i L_i$$

## Asociación de bobinas en paralelo

$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_n$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} + \dots + \frac{di_n}{dt} = \left( \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n} \right) u = \frac{1}{L_{eq}} u$$

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n} = \sum_i \frac{1}{L_i}$$



# Bobinas acopladas

Coe ficiente de inductancia mutua (M): Grado de acoplamiento entre dos bobinas. Se mide en henrios [H] en el SI.

$$u_1(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} \quad u_2(t) = M \frac{di_1(t)}{dt}$$

## Bobinas acopladas

Si por la bobina 2 circula una corriente, se crea un segundo flujo  $\Phi_2$ :

$$u_1(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + M \frac{di_2(t)}{dt}$$

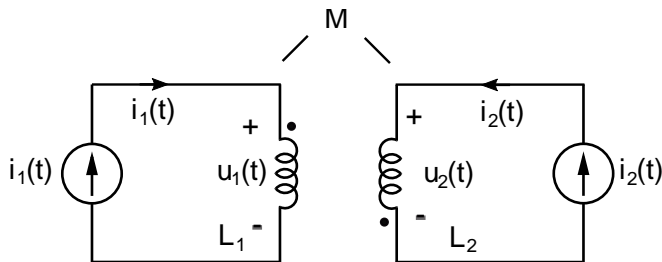
$$u_2(t) = L_2 \frac{di_2(t)}{dt} + M \frac{di_1(t)}{dt}$$

## Polaridad del acoplamiento: terminales correspondientes

$$u_1(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + M \frac{di_2(t)}{dt}$$

$$u_2(t) = L_2 \frac{di_2(t)}{dt} + M \frac{di_1(t)}{dt}$$

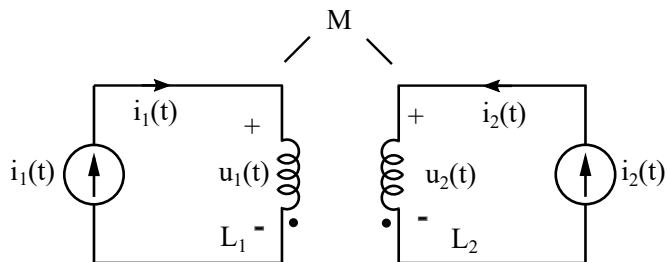
## Polaridad del acoplamiento



$$u_1(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + M \frac{di_2(t)}{dt}$$

$$u_2(t) = L_2 \frac{di_2(t)}{dt} + M \frac{di_1(t)}{dt}$$

## Polaridad del acoplamiento

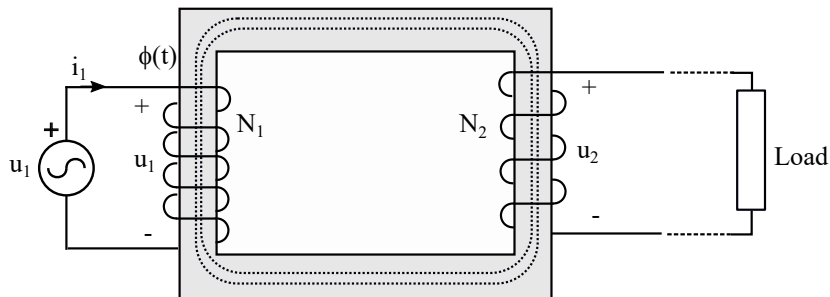


$$u_1(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + M \frac{di_2(t)}{dt}$$

$$u_2(t) = L_2 \frac{di_2(t)}{dt} + M \frac{di_1(t)}{dt}$$

# Aplicación de las bobinas acopladas: Transformadores

Los transformadores se utilizan para cambiar el nivel de tensión de la energía eléctrica.



Si el número de espiras de las dos bobinas es diferente,  $u_2$  y  $u_1$  serán distintas. Relación de transformación:

$$r_t = \frac{N_1}{N_2} = \frac{u_1}{u_2}$$