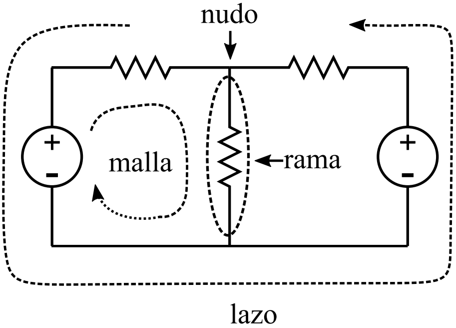
Tema 2: Análisis de circuitos en corriente continua

Fundamentos de Ingeniería Eléctrica

Belén García
Departamento de Ingeniería Eléctrica
Universidad Carlos III de Madrid

Definiciones

- **Rama**: Parte del circuito con dos terminales
- **Nudo**: Punto de unión de dos o más ramas
- **Lazo**: Camino cerrado en un circuito
- **Malla**: Camino cercano en un circuito que no tiene ningún otro camino cerrado en su interior



Métodos sistemáticos de análisis de circuitos

La aplicación de métodos sistemáticos nos permitirá encontrar las tensiones y corrientes de circuitos complejos de forma sencilla.

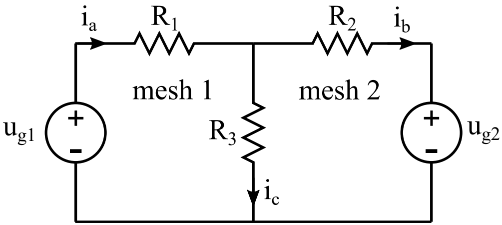
Estudiaremos cuatro métodos diferentes y los aplicaremos a los circuitos de CC:

1. Método de mallas
2. Método de nudos
3. Principio de superposición
4. Equivalente Thevenin

Método de mallas

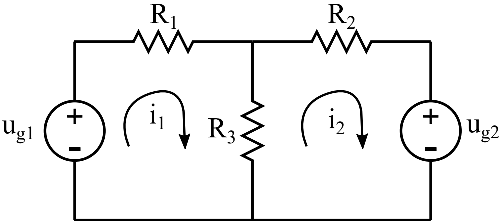
El método de mallas se basa en aplicar la 2LK a cada malla de un circuito

Imaginemos que queremos resolver el circuito de la figura y encontrar las **corrientes de rama** del circuito: ia, ib, ic:



Método de mallas

1. Se define una **corriente de malla** para cada malla del circuito



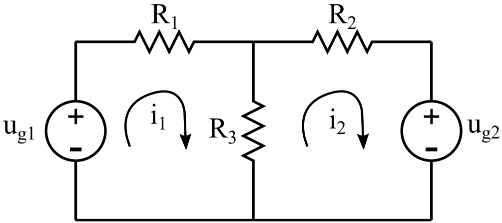
2. Se aplica la 2LK a cada malla del circuito considerando que la corriente que fluye a través de cada malla es la corriente de malla correspondiente

$$\sum_k u_k = 0$$

Método de mallas

Para escribir las ecuaciones de mallas consideramos:

- Caídas de tensión $+$. Elevaciones de tensión -
- La tensión siempre cae en las resistencias



Malla 1: $-u_{g1} + R_1 \cdot i_1 + R_3 \cdot (i_1 - i_2) = 0$

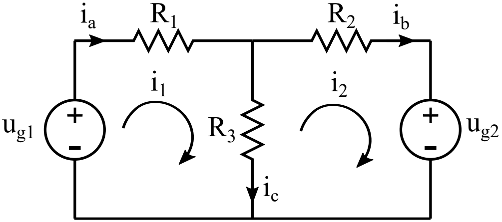
Malla 2: $R_2 \cdot i_2 + R_3 \cdot (i_2 - i_1) + u_{g2} = 0$

Método de mallas

3. Se resuelven las ecuaciones para encontrar las corrientes de malla. Es recomendable escribir las ecuaciones en forma matricial:

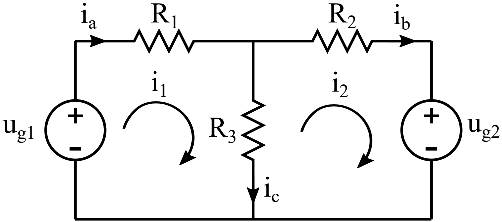
$$\begin{pmatrix} R_1 + R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_2 + R_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{g1} \\ -u_{g2} \end{pmatrix}$$

4. Se calculan las corrientes de rama usando los valores de las corrientes de malla obtenidos.



$$i_a = i_1 \qquad i_b = i_2 \qquad i_c = i_1 - i_2$$

Ecuaciones de malla en forma matricial



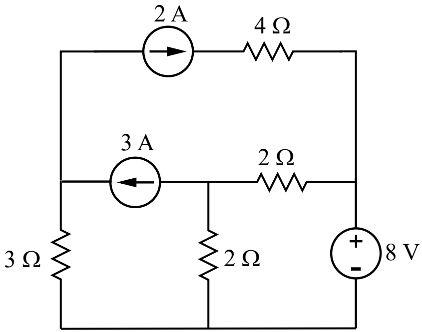
$$[\mathfrak{R}] \cdot [I_{malla}] = [U_g]$$

R_{ii}= Resistencia en la malla i

R_{ij}= Resistencia compartida entre las mallas i y j

$$[Ug] = \begin{bmatrix} \sum \text{Elevación de tensión en fuentes en la malla 1} \\ \sum \text{Elevación de tensión en fuentes en la malla 2} \end{bmatrix}$$

Aplicación del método de mallas en circuitos con fuentes de corriente



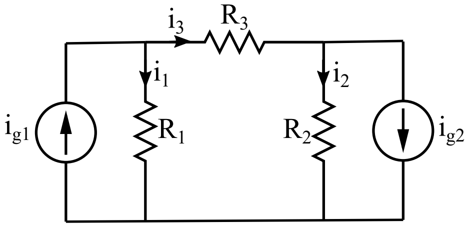
No conocemos de antemano la caída de tensión en una fuente de corriente.

Situación	**Enfoque**
Fuente corriente real	Transformar fuente de tensión
FC ideal parte de una malla	imalla = ig
FC ideal compartida por dos mallas	Supermalla o ux

Método de nudos

El método de nudos se basa en la aplicación de la 1LK a cada nudo independiente de un circuito.

Imaginemos que queremos resolver el circuito de la figura:

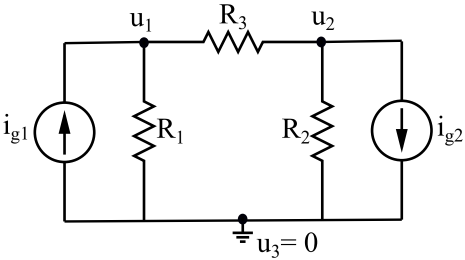


Nuestro objetivo es calcular las **corrientes de rama** del circuito: i1, i2, i3.

Método de nudos

Para resolver un circuito por el método de nudos:

1. Se identifican los nudos del circuito con distinto nivel de tensión, y se les asigna una **tensión de nudo**. Uno de los nudos se toma como referencia ($u_{ref} = 0$).



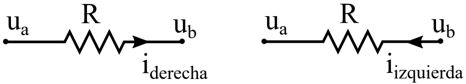
2. Se aplica la 1LK a cada nudo.

$$\sum_k i_k = 0$$

Método de nudos

Para escribir las ecuaciones consideramos:

- Corrientes que salen del nudo $+$. Corrientes que entran en el nudo - (criterio arbitrarios)
- Las corrientes a través de las resistencias se calculan en función de las tensiones de nudo de sus dos terminales.



$$i_{derecha} = \frac{u_a - u_b}{R} \qquad i_{izquierda} = \frac{u_b - u_a}{R}$$

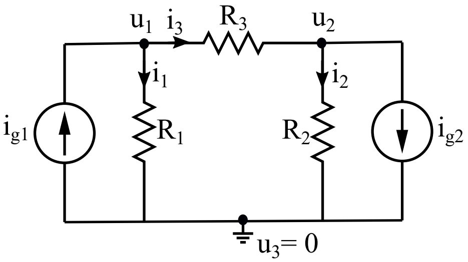
- Corrientes que fluyen a través de las resistencias siempre salientes (criterio arbitrario)

Método de nudos

3. Se resuelven las ecuaciones para encontrar las tensiones de nudo.

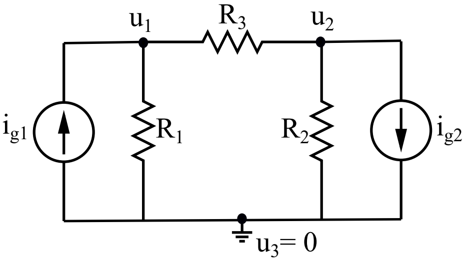
$$\begin{pmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_3} \\ -\frac{1}{R_3} & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{g1} \\ -i_{g2} \end{pmatrix}$$

4. Se calculan las corrientes de rama.



$$i_1 = \frac{u_1}{R_1} \qquad i_2 = \frac{u_2}{R_2} \qquad i_3 = \frac{u_1 - u_2}{R_3}$$

Ecuaciones de nudos en forma matricial

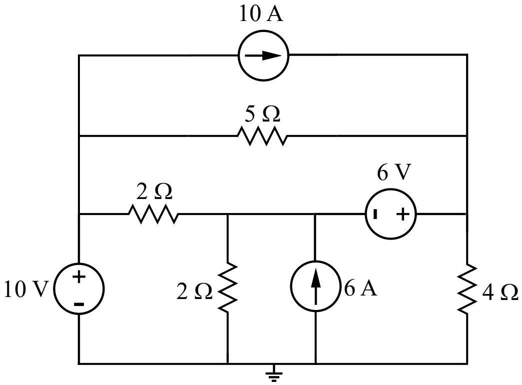


$$[\mathfrak{G}] \cdot [U_{nude}] = [I_g]$$

G_{ii} = Conductancia conectada al nudo i
G_{ij} = Conductancia entre los nudos i y j

$$[Ig] = \begin{bmatrix} \sum \text{Corriente entrante fuentes de corriente nudo 1} \\ \sum \text{Corriente entrante fuentes de corriente nudo 2} \end{bmatrix}$$

Análisis de nudos en circuitos con fuentes de tensión

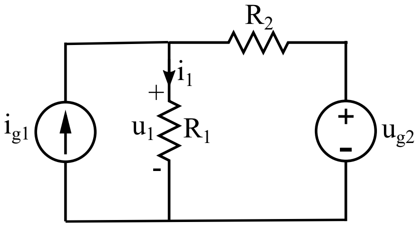


No sabemos la corriente que fluye a través de la fuente de tensión.

Situación	Enfoque
Fuente de tensión real	Transformar en fuente de corriente
FT ideal conectada al nudo ref	tensión nudo= ug
FT ideal entre dos nudos	Supernudo o ix

Principio de superposición

La respuesta de un circuito lineal sometido a varias fuentes de excitación actuando simultáneamente es igual a la suma de las respuestas de los circuitos cuando las fuentes actúan por separado.

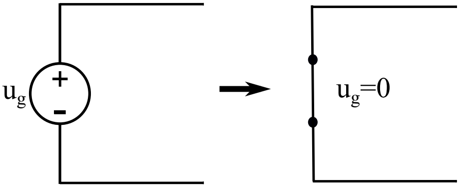


La corriente i_1 es la suma de la corriente que fluye a través de la resistencia si solo funciona la fuente de corriente y la corriente que fluye a través de ella si solo funciona la fuente de tensión.

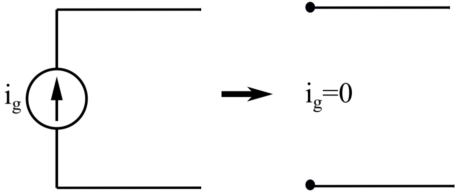
Lo mismo sucede con la tensión u_1

Eliminación de fuentes

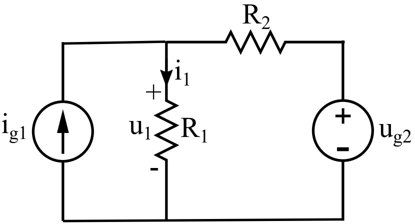
Fuente de tensión

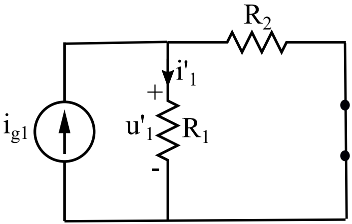


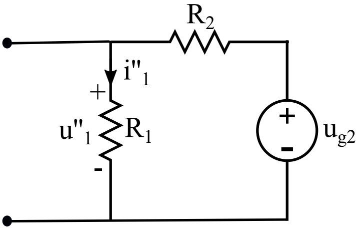
Fuente de corriente



Principio de superposición





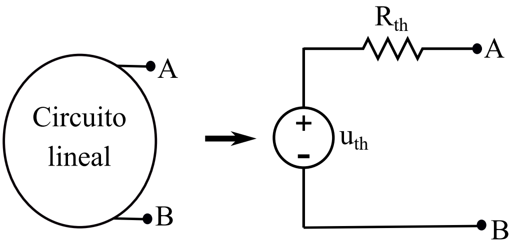


$$i_1 = i_1' + i_1''$$

$$u_1 = u_1' + u_1''$$

Teorema de Thevenin

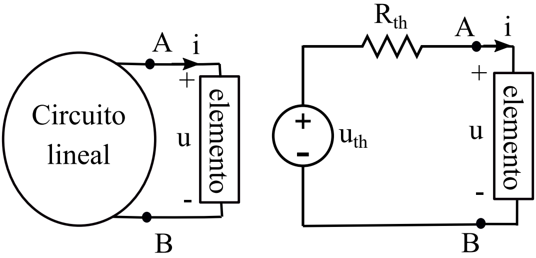
Cualquier circuito lineal visto desde dos terminales puede ser reemplazado por un circuito simplificado que consta de una fuente de tensión ideal en serie con una resistencia.



Equivalente Thevenin

¿Qué quiere decir equivalente?

Cualquier elemento conectado entre A y B tendría la misma respuesta si se conecta al circuito inicial o al circuito equivalente.

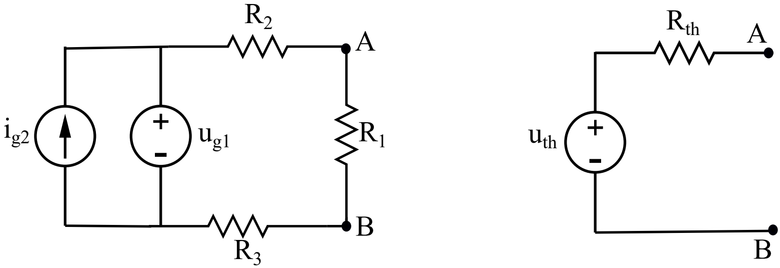


La corriente y la tensión en el elemento son idénticas en ambos casos.

Obtención del equivalente Thevenin

Queremos determinar qué par de valores u_{th} y R_{th} hacen que el comportamiento del circuito simplificado, visto desde los terminales A B, sea idéntico al del circuito inicial.

Ejemplo

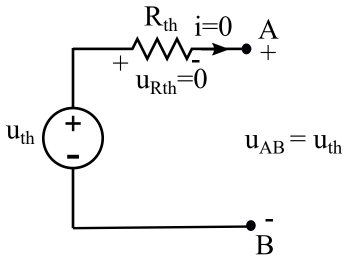


Determinación del equivalente Thevenin

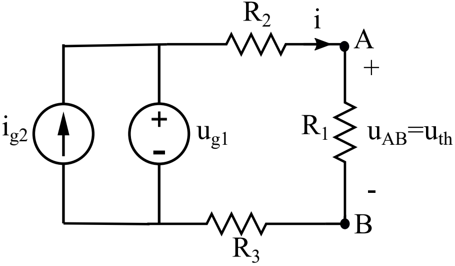
Para calcular u_{th} y R_{th} evaluamos cómo se comportan ambos circuitos en dos situaciones:

1. Estudiaremos el comportamiento de ambos circuitos cuando dejamos A B en circuito abierto (esto es lo mismo que conectar una resistencia de valor infinito entre A y B)
2. Estudiaremos el comportamiento de los dos circuitos cuando hay un cortocircuito entre A y B (esto es lo mismo que conectar una resistencia de valor cero)

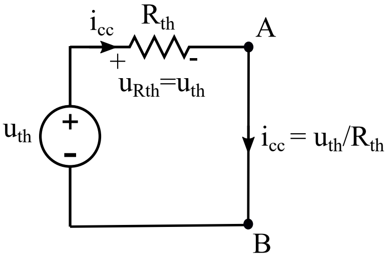
Cálculo de u_{th}: análisis de circuito abierto



El análisis del circuito original sin conectar nada entre A y B proporciona el valor de u_{th}

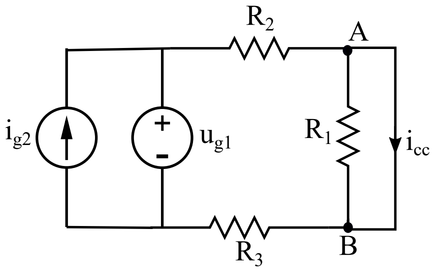


Cálculo de R_{th}: análisis de cortocircuito



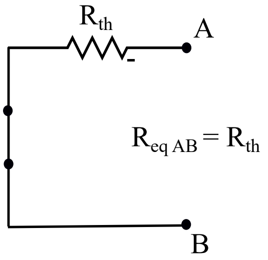
$$R_{th} = \frac{u_{th}}{i_{cc}}$$

Como ambos circuitos son equivalentes, i_{cc} es la corriente que circula por un cortocircuito situado entre A y B



Método alternativo para calcular R_{th}: circuito pasivo

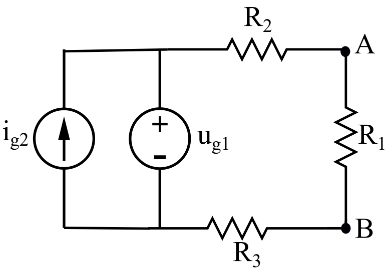
Se pasiviza el circuito y se calcula la resistencia equivalente entre los terminales A y B.

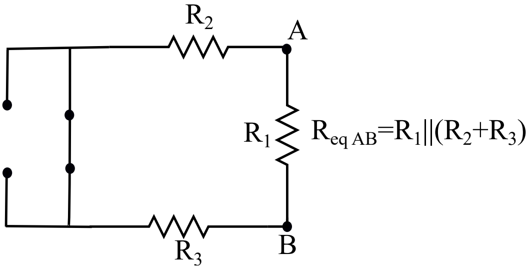


La resistencia equivalente entre A y B es R_{th}

Método alternativo para calcular R_{th}: circuito pasivo

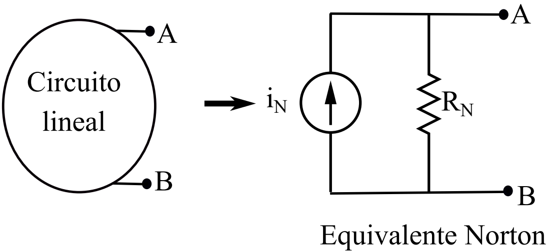
Para pasivizar el circuito las fuentes de tensión se convierten en cortocircuitos y las fuentes de corriente en circuitos abiertos.





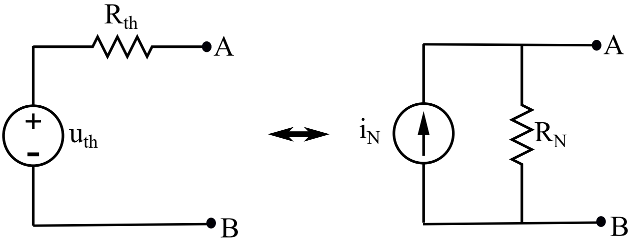
Teorema de Norton

Cualquier circuito lineal visto desde un par de terminales A B, se puede reemplazar por una fuente de corriente ideal en paralelo con una resistencia.



Cálculo del equivalente Norton

El equivalente de Norton se puede derivar del equivalente Thevenin mediante las reglas de transformación de fuentes.

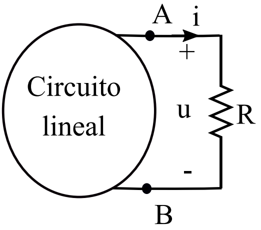


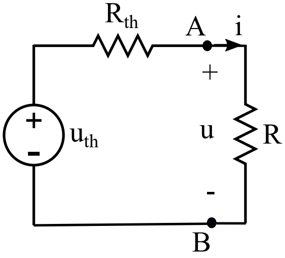
$$R_N = R_{th} \qquad i_N = \frac{u_{th}}{R_{th}}$$

Se puede ver que $i_N = i_{sc}$

Transferencia de máxima potencia

En ciertas aplicaciones queremos determinar el valor de la resistencia que, conectada entre un par de terminales, extrae la máxima cantidad de energía de un circuito.





Si sustituimos el circuito mediante su equivalente Thevenin, podemos calcular la R que extrae la máxima potencia:

$$p = R \cdot i^2 = R \cdot \frac{u_{th}^2}{(R_{th} + R)^2} \qquad \frac{dp}{dR} = 0 \qquad R = Rth$$