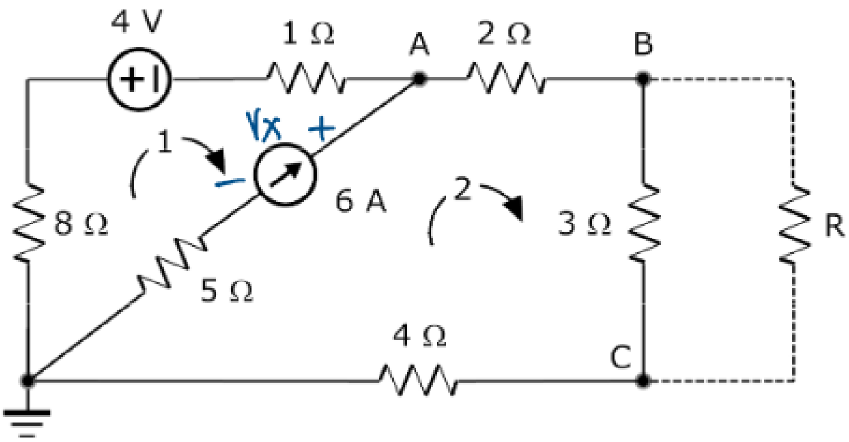
Examen 14 enero 2016.



Ecuación de nodo:

$\frac{V_A+4}{9} + \frac{V_A}{9} - 6 = 0 \rightarrow 2V_A + 4 = 54 \rightarrow V_A = 25V$

Ecuaciones de malla:

$9I_1 + 4 + 5(I_1 - I_2) + V_x = 0$

$9I_2 + 5(I_2 - I_1) - V_x = 0$

Ecuación adicional:

$I_2 - I_1 = 6$

Sumando las ecuaciones:

$9I_1 + 9I_2 + 4 = 0$	$9I_1 + 9(I_1 + 6) + 4 = 0$
$I_2 = I_1 + 6$	$18I_1 + 58 = 0$; $I_1 = \frac{-58}{18} = -3{,}22$ A ; $I_2 = I_1 + 6 \rightarrow I_2 = 2{,}78$ A

Estas intensidades se pueden obtener resolviendo la ecuación de nodo, que es más sencillo, y luego aplicar las leyes de Ohm y Kirchhoff:

$$I_2 = \frac{V_A}{2+3+4} = \frac{25}{9} = 2{,}78 \text{ A}$$

$$I_1 = -\frac{V_A+4}{8+1} = \frac{-29}{9} = -3{,}22 \text{ A}$$

Potencias de las fuentes:

$P_{4V} = V \cdot (-I_1) = 4 \cdot 3{,}22 = 12{,}89$ W
$P_{GA} = V_x \cdot I$ Hay que calcular la tensión de la fuente de corriente.

$V_x = V_A - (-6 \cdot 5) = 25 + 30 = 55$ V
$P_{GA} = 55 \cdot 6 = 330$ W

Total generado $P_T = 342{,}9$ W

Aunque no se pide se pueden calcular también las potencias en las resistencias y comprobar el balance de potencia.

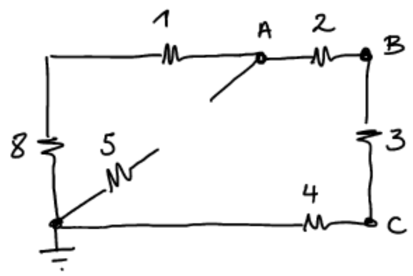
Resistencias $2+3+4$; $P = I_2^2(2+3+4) = 69{,}44$ W
Resistencias de 5Ω ; $P_5 = 6^2 \cdot 5 = 180$ W
Resistencias $1+8$; $P_{18} = I_1^2(1+8) = 93{,}44$ W

Total consumido 342,9 W

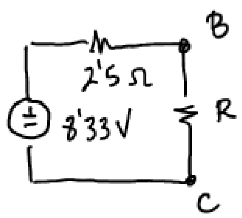
Thévenin entre los puntos B y C.

$V_{th} = V_B - V_C = I_2 \cdot 3 = 8{,}33$ V

$R_{th} = (1+8+4+2+)//3 = 15//3 = \frac{45}{18} = 2{,}5\Omega$



Con la resistencia R conectada:



$R = R_{th} = 2{,}5\Omega$ para la máxima transferencia de potencia.

Para el último apartado, lo más sencillo es utilizar el teorema de Thévenin aplicado a los puntos B y C y conectar una resistencia R entre esos dos puntos como se ve en el anterior circuito.

La potencia disipada en la resistencia de 3 Ω es de 12 vatios, por lo que la tensión que habrá en ella será de:

$$P = \frac{{V_{BC}}^2}{R_3} \rightarrow \mathrm{V_{BC}} = \sqrt{\mathrm{P} \times \mathrm{R_3}} = \sqrt{12 \times 3} = 6\,V$$

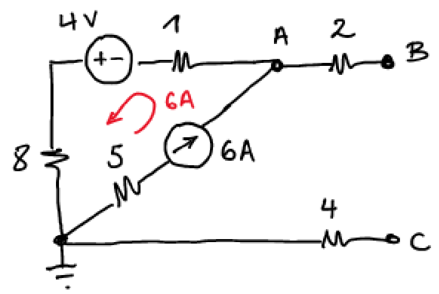
Esa misma tensión es la que habrá en la resistencia R que se quiere conocer. Entonces, la intensidad que circulará por R en el equivalente de Thévenin será:

$$I_R = \frac{8.33 - 6}{2.5} = 0.93\,A$$

Y la resistencia R se obtiene aplicando la Ley de Ohm sabiendo que la tensión en ella es de $V_{BC} = \ 6\,\mathrm{V}$ y la corriente que circula es de 0.93 A:

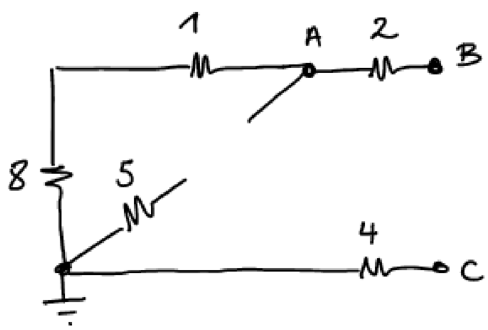
$$R = \frac{6}{0.93} = 6.43\,\Omega$$

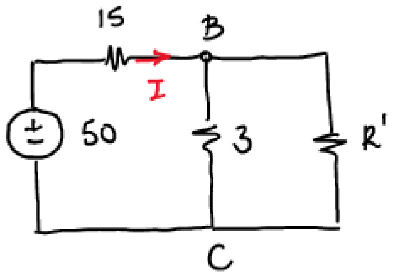
Otra opción para obtener esta solución, es volver a calcular el equivalente pero ahora dejando la resistencia de 3Ω fuera de él:



Por las resistencias de 2 y 4Ω no circula corriente luego los 6 A de la fuente circulan por la única malla.

$V_{BC} = V_A = 6(8+1) - 4 = 50\ \mathrm{V}$
$R_{th} = 2 + 1 + 8 + 4 = 15\Omega$





Si la potencia en la resistencia de 3Ω es 12 W:

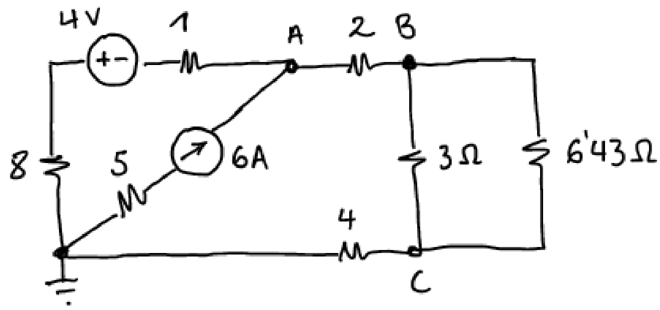
$P = \frac{V_{BC}'^2}{3} \ \rightarrow \quad V_{BC}' = \sqrt{3 \cdot 12}$

$I = \frac{V_{BC}'}{3} = 2$ A

$V'_{BC} = 6$ V ; $I = \frac{50-6}{15}$ =2,93 A ;

$I'_R = I - I_{BC} = 2{,}93 - 2 = 0{,}93$ A ; $V'_{BC} = I'_R \cdot R'$; $R' = \frac{6}{0{,}93} = 6{,}43\Omega$

Se deja como ejercicio adicional comprobar que en este circuito la resistencia de 3Ω consume 12 W.



Autor: Guillermo Robles - grobles@ing.uc3m.es
Curso OCW Fundamentos de Ingeniería Eléctrica