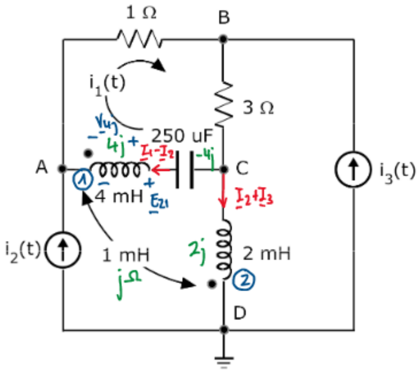
Examen 17 noviembre 2017- Alterna.



$i_2(t) = 10\sqrt{2} \cdot \cos(1000t + 60°) \rightarrow \boldsymbol{I_2} = 10 < 60°$ A

$i_3(t) = 6\sqrt{2} \cdot \cos(1000t + 30°) \rightarrow \boldsymbol{I_3} = 6 < 30°$ A

$\boldsymbol{I_2} + \boldsymbol{I_3} = 10 < 60° + 6 < 30° = 15{,}5 < 48{,}8°$ A

<u>Malla 1</u>

$$1\boldsymbol{I_1} + 3(\boldsymbol{I_1} + 6 < 30°) + j15{,}5 < 48{,}8° = 0$$

La corriente $\boldsymbol{I_2} + \boldsymbol{I_3}$ sale de la bobina (2) por el punto y la corriente $\boldsymbol{I_1} - \boldsymbol{I_2}$ también sale de la bobina (1) por el punto, luego la tensión inducida $\boldsymbol{E_{21}}$ tiene el mismo signo que la caída de tensión de la bobina (1) : $V_{4j} = (\boldsymbol{I_1} - \boldsymbol{I_2}) \cdot 4j$

Resolviendo la malla para I_1:

$$\boldsymbol{I_1} = \frac{-j15{,}5 < 48{,}8° - 3 \cdot 6 < 30°}{4} = 4{,}9 < -101{,}6° \text{ A}$$

Entonces $i_1(t) = 4{,}9\sqrt{2}\cos(1000t - 101{,}6°)$A

Las tensiones en los nodos se obtienen aplicando la segunda ley de Kirchhoff:

$\boldsymbol{V_C} = 2j(\boldsymbol{I_2} + \boldsymbol{I_3}) + j(\boldsymbol{I_1} - \boldsymbol{I_2})$
$\boldsymbol{V_C} = 2j \cdot 15{,}5 < 48{,}8° + j(4{,}9 < -101{,}6 - 10 < 60°) = 17{,}5 < 124{,}3°$ V
$\boldsymbol{V_B} = \boldsymbol{V_C} + (\boldsymbol{I_1} - \boldsymbol{I_3}) \cdot 3 = 17{,}5 < 124{,}3° + (4{,}9 < -101{,}6 - 10 < 60°) \cdot 3 = 9{,}47 < 73°$
$\boldsymbol{V_D} = 0$
$\boldsymbol{V_A} = \boldsymbol{V_B} + 1 \cdot \boldsymbol{I_1} = 4{,}61 < 67{,}2°$

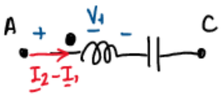
Aunque V_A también se puede calcular como $\boldsymbol{V_A} = \boldsymbol{V_C} - j\,(\boldsymbol{I_2} + \boldsymbol{I_3})$
$\boldsymbol{V_A} = 17{,}5 < 124{,}3° - j15{,}5 < 48{,}8 = 4{,}61 < 67°$ V

Entonces:

$v_A(t) = 4{,}61\sqrt{2} \cdot \cos(1000t + 67{,}2°)$ V
$v_B(t) = 9{,}47\sqrt{2} \cdot \cos(1000t + 73°)$ V
$v_C(t) = 17{,}5\sqrt{2} \cdot \cos(1000t + 124{,}3°)$ V
$v_D(t) = 0$ V

La potencia consumida por las bobinas acopladas se calcula con la ecuación general de la potencia: $S = \boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{I}^*$ siendo **V** la tensión en la bobina e **I** la intensidad que circula por ella.

$S_1 = \boldsymbol{V_1} \cdot (\boldsymbol{I_2} - \boldsymbol{I_1})^*$



$$\boldsymbol{V_1} = 4j(\boldsymbol{I_1} - \boldsymbol{I_2}) - j(\boldsymbol{I_2} + \boldsymbol{I_3})$$
$$\boldsymbol{V_1} = 4j(10 < 60 - 4{,}9 < -101{,}6) - j(15{,}5 < 48{,}8)$$
$$\boldsymbol{V_1} = 4j(14'7 < 66{,}03) - j(15{,}5 < 48{,}8)$$
$$\boldsymbol{V_1} = 44{,}36 < 162°$$

$S_1 = 44{,}36 < 162° \cdot 14{,}7 < -66{,}03$
$S_1 = -67'8 + 648{,}6j$ VA

$S_2 = \boldsymbol{V_C} \cdot (\boldsymbol{I_2} + \boldsymbol{I_3})^* = 17{,}5 < 124{,}3 \cdot 15{,}5 < -48{,}8 = 271{,}25 < 173{,}1 = 67{,}9 + 262{,}6j$

La potencia activa neta entre las dos bobinas es cero como era de esperar por su carácter puramente inductivo.

Aunque no se pide en el examen, se puede hacer un balance de potencias y comprobar que los resultados son correctos:

$S_{F1} = \boldsymbol{V_A} \cdot 10 < -60° = 4{,}61 < -67 \cdot 10 < -60 = 45{,}76 + 5{,}62j$

$S_{F2} = \boldsymbol{V_B} \cdot 6 < -30° = 9{,}47 < 73 \cdot 6 < -30 = 41{,}55 + 38{,}75j$

$S_{F1} + S_{F2} = 87{,}3 + 44{,}37j$

$P_1 = I_1^2 \cdot 1 = 4{,}9^2 \cdot 1 = 24{,}01$ W

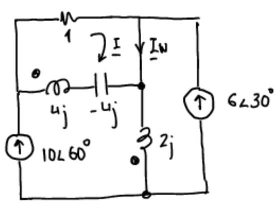
$P_2 = 4{,}58^2 \cdot 3 = 62{,}9$ W

$Q_{-4j} = 14{,}73^2 \cdot (-4) = 867{,}9$ var

Sumando las potencias de las bobinas acopladas, se tiene que la potencia compleja consumida es: $86{,}9 + 43{,}3j$, que, salvo errores de redondeo, es la misma que la generada.

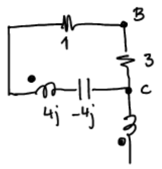
$\boldsymbol{V_{th}} = \boldsymbol{V_{BC}} = (\boldsymbol{I_1} + \boldsymbol{I_3}) \cdot 3 = 4{,}58 < -23{,}1 \cdot 3 = 13{,}74 < -23{,}1°$ V

Para el cálculo de la impedancia del Thévenin se puede hacer el cálculo de la intensidad de cortocircuito I_N:



$1 \cdot \boldsymbol{I} + j \cdot 15{,}5 < 48{,}8 = 0$
$\boldsymbol{I} = 15{,}5 < -41{,}2$
$\boldsymbol{I_N} = \boldsymbol{I_1} + 6 < 30° = 18{,}3 < -23{,}1$
$Z_{th} = \frac{\boldsymbol{V_{th}}}{\boldsymbol{I_N}} = \frac{13{,}74<-23{,}1}{18{,}3<-23{,}1} = 0{,}75\Omega$

En este caso particular, al eliminar las fuentes independientes, la bobina (2) queda desconectada del circuito por lo que no puede inducir una tensión sobre la bobina (1) incluso si se conectara una fuente de prueba entre B y C. Por ello, y de manera excepcional, se puede calcular la impedancia de Thévenin pasivando este circuito.



$Z_{th} = 1//3 = 0{,}75\Omega$