

Índice

Metales

Cerámicas y hormigón

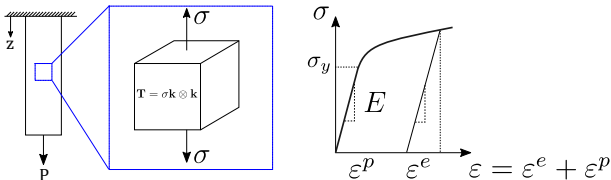
Materiales compuestos

uc3m

Universidad
Carlos III
de Madrid

Criterios de plastificación

Comportamiento de metales: Los metales se caracterizan por distinguirse una zona elástica y una plástica. La frontera de las zonas está definido por el límite elástico σ_y



Si $\sigma \leq \sigma_y$, comportamiento elástico del material.

Si $\sigma > \sigma_y$, comportamiento plástico del material.

Para definir el límite elástico es necesario un criterio de plástificación. Los más usados son Tresca y Von-Mises

uc3m

Criterios de plastificación

$$F \equiv f(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}) = 0$$

Criterios de plastificación

Las propiedades mecánicas no dependen de la dirección en que se midan. Esto lleva a la afirmación de que no existe, dentro del sólido, ninguna dirección que predomine sobre las demás. Por tanto, un criterio de plastificación debería venir expresado en función de los invariantes del tensor de tensiones (magnitudes independientes del sistema de referencia que se tome) y no en función de las componentes del tensor en un sistema de referencia en particular. En base a esto, el criterio de plastificación debe tener la siguiente formulación:

Criterios de plastificación

$$F \equiv f(I_1, I_2, I_3) = 0$$

m

Criterios de plastificación: Von Mises

La plastificación está relacionada con el segundo invariante del tensor de tensiones desviadoras

Criterios de plastificación

$$\sqrt{J_2} = k'$$

$$k' = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{3J_2} = \sigma_y$$

$$\sigma_{VM} = \sqrt{3J_2} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}} = \sigma_y$$

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)}{2}} = \sigma_y$$

$$F \equiv \sqrt{3J_2} - \sigma_y = 0$$

Comportamiento plástico

Hay diversos criterios para estimar el comportamiento de metales en plasticidad.

Perfectamente plástico

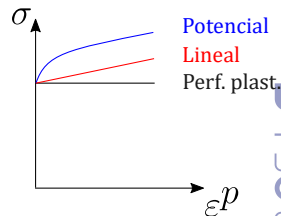
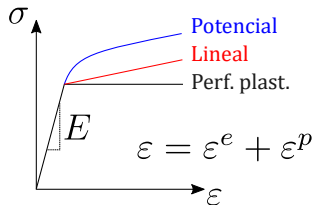
$$\sigma_y = cte$$

Lineal

$$\sigma_y = A + B\varepsilon_p$$

Potencial

$$\sigma_y = A + B\varepsilon_p^n$$



Si el límite elástico crece con la deformación esto se llama **endurecimiento por deformación**.

Comportamiento inelástico: Mohr-Coulomb

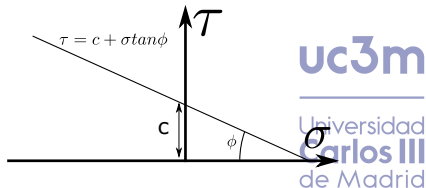
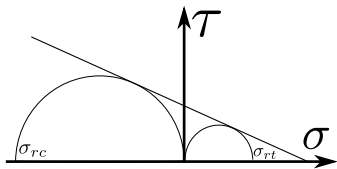
Mohr-Coulomb

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \tau_{max} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \text{sen}\phi + c \text{cos}\phi$$

$$\sigma_{rt} = \sigma_1 - \frac{\sigma_{rt}}{|\sigma_{rc}|} \sigma_3$$

$$F \equiv \sigma_1 - \frac{\sigma_{rt}}{|\sigma_{rc}|} \sigma_3 - \sigma_{rt} = 0$$

c es el parámetro de cohesión y ϕ es el ángulo de fricción



Comportamiento inelástico: Drucker-Prager/CAP

Drucker-Prager

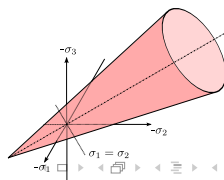
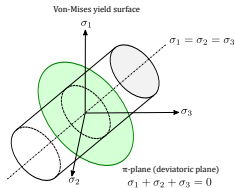
$$F \equiv \sqrt{3J_2} + 3\alpha p - k$$

k es el parámetro relacionada con la cohesión y α con el ángulo de fricción

$$F \equiv \sqrt{3J_2} + 3\sin\phi p - c$$

$$F \equiv \sqrt{3J_2} + 3 \frac{|\sigma_{rc}| - \sigma_t}{|\sigma_{rc}| + \sigma_t} p - \frac{2|\sigma_{rc}|\sigma_t}{|\sigma_{rc}| + \sigma_t} = 0$$

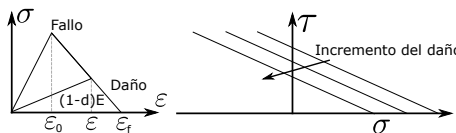
Cuando $\sigma_{rt} = |\sigma_{rc}|$ es equivalente al criterio de VonMises



Comportamiento inelástico: Drucker-Prager/CAP

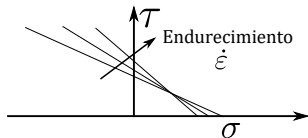
- Puede incluir procesos de daño.

Daño lineal $d = \frac{\epsilon_f (\epsilon - \epsilon_0)}{\epsilon (\epsilon_f - \epsilon_0)}$

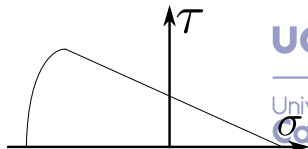


- Puede incluir endurecimiento por velocidad de deformación.

Comportamiento dinámico
($\sigma_c = \sigma_{c0} \frac{\dot{\epsilon}_p}{\dot{\epsilon}_{p0}}$)



- Puede incluir fallo por compresiones muy elevadas (modelos CAP)



Comportamiento de una lámina

Una lámina no tiene un comportamiento isótropo, si no ortótropo. Las variables para determinar su comportamiento ahora son 9 (E_{11} , E_{22} , E_{33} , G_{12} , G_{13} , G_{23} , ν_{12} , ν_{13} , ν_{23}).

La dirección 1 es la dirección de la fibra, 2 la perpendicular a las fibras y 3 la dirección del espesor. Éstos son los ejes locales de la lámina.

Leyes de Hooke generalizadas ortótropas

$$\varepsilon_{11} = \frac{\sigma_{11}}{E_{11}} - \frac{\nu_{12}\sigma_{22}}{E_{22}} - \frac{\nu_{13}\sigma_{33}}{E_{33}}$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{\sigma_{22}}{E_{22}} - \frac{\nu_{21}\sigma_{11}}{E_{11}} - \frac{\nu_{23}\sigma_{33}}{E_{33}}$$

$$\varepsilon_{33} = \frac{\sigma_{33}}{E_{33}} - \frac{\nu_{31}\sigma_{11}}{E_{11}} - \frac{\nu_{32}\sigma_{22}}{E_{22}}$$

$$\gamma_{12} = \frac{\tau_{12}}{G_{12}} \quad \gamma_{13} = \frac{\tau_{13}}{G_{13}} \quad \gamma_{23} = \frac{\tau_{23}}{G_{23}}$$

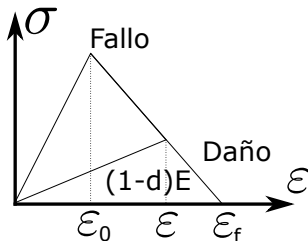
Ya no se cumple $G = \frac{E}{2(1-\nu)}$

Comportamiento de una lámina

Se asume un estado de tensión plana por su espesor delgado ($\sigma_{33} = \tau_{23} = \tau_{13} = 0$).

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{E_{11}}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{-\nu_{12}E_{11}}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ \frac{-\nu_{12}E_{11}}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & \frac{E_{22}}{1-\nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix}$$

- Estos materiales no tienen un comportamiento plástico, si no un comportamiento cuasifrágil.
- La parte inelástica se caracteriza por un fallo más un proceso de daño.
- Hay distintos tipos de fallo.



Criterios de fallo: Intralaminar

Máxima Tensión

$$F \equiv \frac{|\sigma_{11}|}{X^*} - 1 = 0 \quad \circ \quad F \equiv \frac{|\sigma_{22}|}{Y^*} - 1 = 0 \quad \circ \quad F \equiv \frac{\tau_{12}}{S} - 1 = 0$$

Tsai-Hill

$$F \equiv \frac{\sigma_{11}^2}{X^{*2}} + \frac{\sigma_{22}^2}{Y^{*2}} + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} - \frac{\sigma_{11}\sigma_{22}}{X_T|X_C|} - 1 = 0$$

Tsai-Wu

$$F \equiv \sigma_{11} \frac{|X_C| - X_T}{|X_C|X_T} + \sigma_{22} \frac{|Y_C| - Y_T}{|Y_C|Y_T} + \frac{\sigma_{11}^2}{X_T|X_C|} + \frac{\sigma_{22}^2}{Y_T|Y_C|} + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} + 2F_{12}\sigma_{11}\sigma_{22} - 1 = 0$$

$$F_{12} = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{X_T|X_C|Y_T|Y_C|}}$$

$$X^* = X_T \text{ cuando } \sigma_{11} > 0$$

$$X^* = |X_C| \text{ cuando } \sigma_{11} < 0$$

$$Y^* = Y_T \text{ cuando } \sigma_{22} > 0$$

$$Y^* = |Y_C| \text{ cuando } \sigma_{22} < 0$$

Criterios de fallo: Intralaminar

Hashin

Fibra tracción $F \equiv \frac{\sigma_{11}^2}{X_T^2} + \alpha \frac{\tau_{12}^2}{S_L^2} - 1 = 0$

Fibra compresión $F \equiv \frac{\sigma_{11}}{|X_C|} - 1 = 0$

Matriz tracción $F \equiv \left(\frac{\sigma_{22}}{Y_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_L}\right)^2 - 1 = 0$

Matriz compresión $F \equiv \frac{\sigma_{22}}{|Y_C|} \left[\frac{Y_C^2}{4S_T^2} - 1 \right] + \left(\frac{\sigma_{22}}{2S_T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}^2}{S_L^2}\right) - 1 = 0$

Criterios de fallo: Interlaminar

Tensión máxima

$$F \equiv \frac{\sigma_{33}}{Z} - 1 = 0 \quad \text{ó} \quad F \equiv \frac{\sigma_{13}}{S_L} - 1 = 0 \quad \text{ó} \quad F \equiv \frac{\sigma_{23}}{S_T} - 1 = 0$$

Lee

$$F \equiv \frac{\sigma_{33}}{Z} - 1 \quad \text{ó} \quad F \equiv \left(\frac{\sigma_{23}}{S_T} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{13}}{S_L} \right)^2 - 1 = 0$$

Brewer-Hashin

$$F \equiv \left(\frac{\sigma_{33}}{Z_t} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{23}}{S_{23}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{13}}{S_{13}} \right)^2 - 1 = 0$$

Daño

El daño se usa para modelar el proceso de degradación de la rigidez de un material. ($E_d = (1 - d) E$)

Daño lineal

Es el criterio más usado.

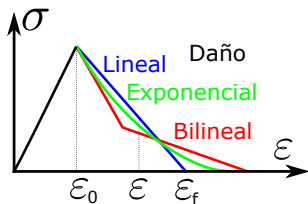
$$d = \frac{\epsilon_f (\epsilon - \epsilon_0)}{\epsilon (\epsilon_f - \epsilon_0)}$$

Daño bilineal

Se define mediante dos pendientes lineales

Daño exponencial

Se define mediante una exponencial



Bibliografía



Vicente Sánchez Gálvez.
Materiales para la defensa: Cuaderno 10.
Cátedra ISDEFE-UPM, 2012.



P J Hazell.
Armour:materials, theory and design.
CRC Press, 2016.

uc3m

Universidad
Carlos III
de Madrid

OpenCourseWare

Protección Ligera de Sistema Móviles (PLSM)

Salvo indicación expresa, todas las imágenes son de la autoría de los autores del curso. Contenido distribuido bajo la licencia “Creative Commons **Attribution - Non-commercial - Non Derivatives**”.



uc3m

Universidad
Carlos III
de Madrid