OpenCourseWare
Protección Ligera de Sistema Móviles (PLSM)
Tema 3B: Ondas Elastoplásticas

Jesús Pernas Sánchez
José Alfonso Artero Guerrero
Fernando Naya Montáns

Universidad Carlos III de Madrid

Índice

uc3m Universidad Carlos III de Madrid

Ondas elástoplásticas

Generalización de la ecuación de ondas (Tema 2):

$c_0 = \sqrt{\frac{S}{\rho}}$ siendo $S = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ (Pendiente de la curva tensión deformación)

- Régimen elástico. $c_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$
- Régimen plástico. $c_p = \sqrt{\frac{E^t}{\rho}} = \sqrt{\frac{\frac{d\sigma}{d\varepsilon}}{\rho}}\Bigg|_{\sigma > \sigma_y}$

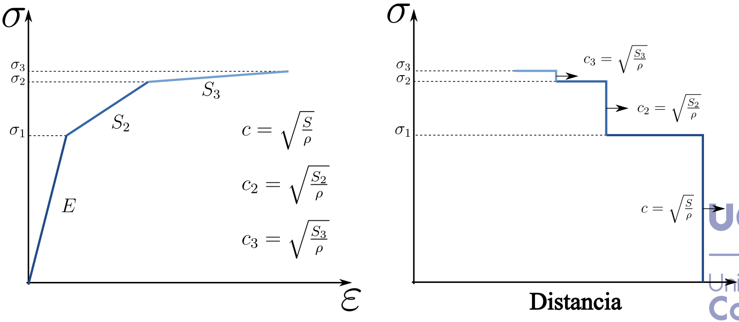


Figura: Ondas elásticas e inelásticas en un sólido con comportamiento trilineal.

Ondas elástoplásticas

Área bajo la curva:

$$Energia = \int \sigma d\varepsilon$$

Unidades

$$[Pa][-] \rightarrow \left[\frac{N}{m^2}\right] \rightarrow \left[\frac{Nm}{m^3}\right] \rightarrow \left[\frac{J}{m^3}\right]$$

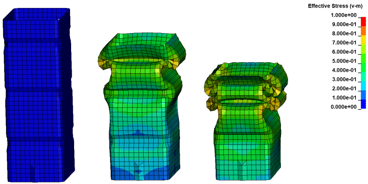


Figura: Compresión de tubos

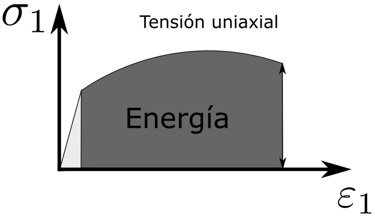


Figura: Energía almacenada.

Ondas elástoplásticas

Ondas elástoplásticas: Área afectada por la tensión y zona plastificada para un instante dado.

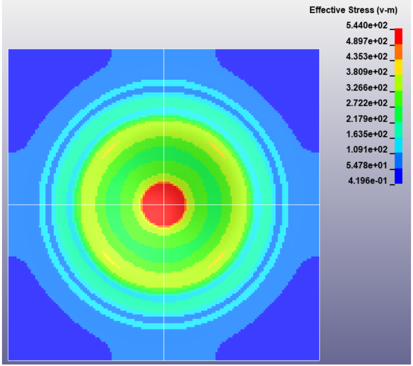


Figura: Von mises aluminio en impacto simplificado

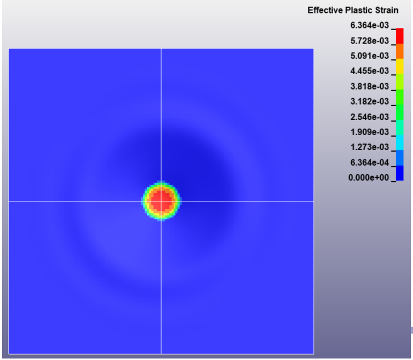


Figura: Zona plastificada aluminio en impacto simplificado

¿Cuales la Energía Absorbida?¿Que proceso es más eficiente?

Ondas elástoplásticas: propagación

Suponiendo material A elástico y el B **elastoplástico (bilineal)** y las áreas de contacto son iguales, del equilibrio de fuerzas podemos llegar a:

$$\sigma_I + \sigma_R = \sigma_T \tag{1}$$

De la compatibilidad de desplazamientos de las partículas:

$$\overrightarrow{v_I} + \overrightarrow{v_R} = \overrightarrow{v_T} \tag{2}$$

Para el material A (elástico) las relaciones anteriores ya vistas siguen siendo válidas:

$$\sigma_I = -\rho_A \overrightarrow{c_A}\,\overrightarrow{v_I}; \qquad \sigma_R = -\rho_A \overleftarrow{c_A}\,\overrightarrow{v_R} = \rho_A \overrightarrow{c_A}\,\overrightarrow{v_R}; \tag{3}$$

El material B (elastoplástico) tendrá que tener en cuenta la parte de tensión que sobrepase el régimen elástico **elástica (c_B^e) y plástica (c_B^p)** :

$$\sigma_T = -\rho_B \overrightarrow{c_B}\,\overrightarrow{v_T} \rightarrow \overrightarrow{v_T} = -\frac{\sigma_T}{\rho_B \overrightarrow{c_B}} = -\left(\frac{\sigma_y}{\rho_B \overrightarrow{c_B^e}} + \frac{\sigma_T - \sigma_y}{\rho_B \overrightarrow{c_B^p}}\right) \tag{4}$$

Llegamos a:

$$\frac{\sigma_I}{\rho_A \overrightarrow{c_A}} - \frac{\sigma_R}{\rho_A \overrightarrow{c_A}} = \frac{\sigma_y}{\rho_B \overrightarrow{c_B^e}} + \frac{\sigma_T - \sigma_y}{\rho_B \overrightarrow{c_B^p}} \tag{5}$$

Las ecuaciones 1 y 5 forman un sistema de ecuaciones de las que se puede obtener σ_I σ_R y σ_T

Ondas elástoplásticas unideformacionales

En el tema anterior se vio que la propagación de las ondas depende de las condiciones de contorno. Ondas elásticas unitensional $c_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ y unideformacionales $c_0 = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}}$. $(5172,2 < 6000,97 m/s$ ejemplo teoría tema 2)

¿Qué implicación tiene el régimen plástico las condiciones unideformacionales?

- El límite elástico aparente es diferente. Usando Tresca $\sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_y = \sigma(\frac{-\nu}{1-\nu} + 1) = \sigma\frac{1-2\nu}{1-\nu}$. Por tanto $\sigma = \sigma_y\frac{1-\nu}{1-2\nu}$ (Ver ej 2 del tema 1). Este límite se conoce como Límite de Hugoniot.
- El modulo aparente de la región plásticas también es diferente y por tanto la velocidad de propagación de las ondas plásticas.

Ondas elástoplásticas unideformacionales

Modulo aparente plástico en condiciones unideformacionales. Tenemos que:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_1^e + \varepsilon_1^p$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_2^e + \varepsilon_2^p$$

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_3^e + \varepsilon_3^p$$

Al estar confinado en direcciones 2 y 3. $\varepsilon_2^e = -\varepsilon_2^p = \varepsilon_3^e = -\varepsilon_3^p$.
Por incompresibilidad del flujo plástico $\varepsilon_1^p + \varepsilon_2^p + \varepsilon_3^p = 0$ y entonces $\varepsilon_1^p = -2\varepsilon_2^p = 2\varepsilon_2^e$. Por lo tanto:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_1^e + 2\varepsilon_2^e$$

Usando la ley de Hooke $\varepsilon_1^e = \frac{\sigma_1}{E} - \frac{2\nu\sigma_2}{E}$ y $\varepsilon_2^e = \frac{(1-\nu)\sigma_2}{E} - \frac{\nu\sigma_1}{E}$ se obtiene:

$$\varepsilon_1 = \frac{1-2\nu}{E}\sigma_1 + \frac{2(1-2\nu)}{E}\sigma_2 \tag{6}$$

Usando el criterio de Tresca donde $\sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_y$ por tanto $\sigma_2 = \sigma_1 - \sigma_y$ e introduciéndolo en 8 Se obtiene que (siendo K el módulo de incompresibilidad)

$$\sigma_1 = \frac{E}{3(1-2\nu)}\varepsilon_1 + \frac{2}{3}\sigma_y = K\varepsilon_1 + \frac{2}{3}\sigma_y \tag{7}$$

Ondas elástoplásticas unideformacionales

Si representamos ecuación 7 para un caso perfectamente plástico, vemos que el módulo plástico era $E_T = 0$ en unitensional y $E_T = K$ en unideformacional. Por tanto la velocidad de propagación de las ondas plásticas también cambia.

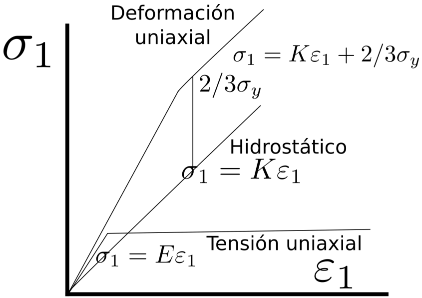


Figura: σ vs ε para diferentes BC's

Ondas elástoplásticas unideformacionales

Cuando existe endurecimiento por deformación, la pendiente del régimen plástico en deformación uniaxial crece.

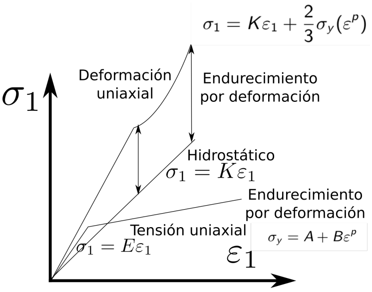


Figura: σ vs ε

Por tanto estados deformacionales más altos viajan más rápidos que los más bajos. Ante la imposibilidad de adelantarlo se genera un cambio brusco en la deformación llamado **onda de choque**

Ondas elástoplásticas unideformacionales

Cuando existe un comportamiento hidrostático no lineal (como el que ocurre cuando las presiones son muy elevadas) la pendiente del régimen plástico en deformación uniaxial crece.

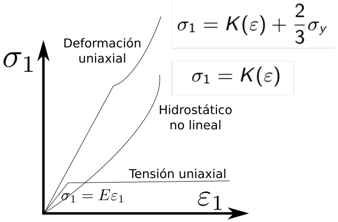


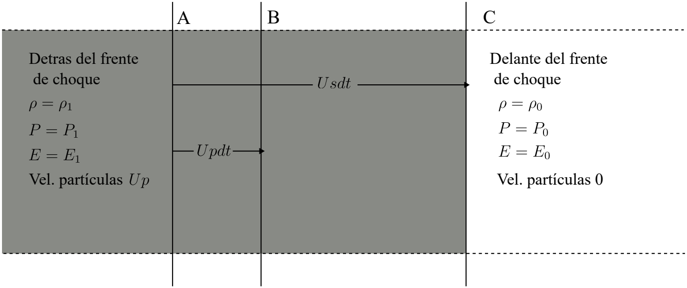
Figura: comportamiento hidrostático no lineal

Por tanto estados deformacionales más altos viajan más rápidos que los más bajos. Ante la imposibilidad de adelantarlo se genera un cambio brusco en la deformación llamado **onda de choque**

Universidad Carlos III de Madrid

Ondas de choque

Onda de choque: Cambio abrupto de las condiciones tensiodeformacionales, temperatura y densidad en el sólido.



Ondas de choque

Onda de choque: Cambio abrupto de las condiciones tensiodeformacionales, temperatura y densidad en el sólido.

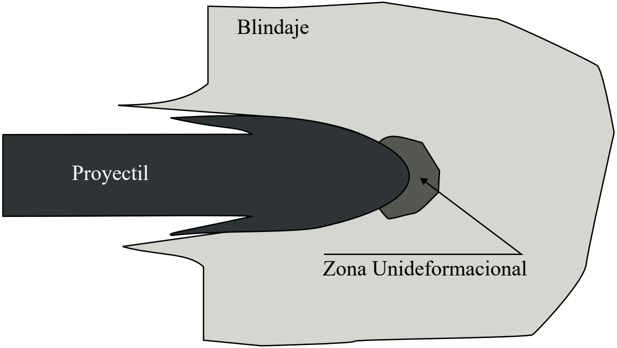


Figura: Frente de ondas de choque en la punta de un proyectil

Ondas de choque

Conservación de la masa $\rho_0 A U_s dt = \rho_1 A(U_s - U_p)dt$

$$\rho_0 U_s = \rho_1 (U_s - U_p) \tag{8}$$

Conservación de la cantidad de movimiento

$$Impulso = masaVelocidad$$

$$A(P_1 - P_0)dt = \rho_1 A(U_s - U_p)dtU_p$$

$$(P_1 - P_0) = \rho_0 U_s U_p \tag{9}$$

Conservación de la energía

$$(e_1 - e_0) = \frac{1}{2}(P_1 + P_0)(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho_1}) \tag{10}$$

Se tienen 3 ecuaciones con 5 incógnitas($\rho_1, P_1, e_1, U_s, U_p$). Por tanto para resolverlo tenemos que saber una de ellas y además usar una ecuación de estado que relacione $P_1 = f(e_1, \rho_1)$ o el equivalente $U_s = f(U_p)$.

Ondas de choque: Ecuaciones de estado

Las ecuaciones de estado más usado son del tipo $U_s = a + bU_p$. Y por lo tanto:

$$P_1 = \rho_0(aU_p + bU_p^2)$$

O del tipo polinomial donde

$$P = C_0 + C_1\mu + C_2\mu^2 + C_3\mu^3 + (C_4 + C_5\mu + C_6\mu^2)E$$

siendo $\mu = \frac{\rho}{\rho_0} - 1$

Perforación y rotura

Dada un historico de deformación elasto-plástica ($\sigma - \varepsilon$) la perforación se dará cuando:

- La deformación de fractura se alcance $\varepsilon_f = f(\dot{\varepsilon}, T, ...)$
- La energía de fractura se alcance $G_c = f(\dot{\varepsilon}, T, ...)$
- Otros ...

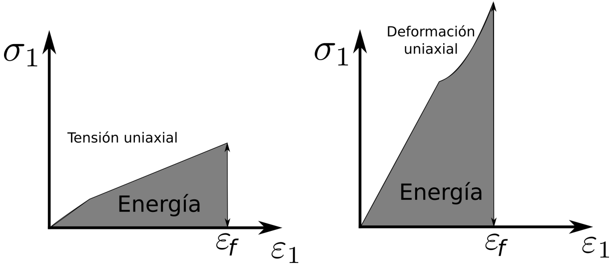


Figura: Condiciones para rotura/fractura y/o perforación

Por lo tanto es primordial conocer el comportamiento de los materiales bajo diferentes condiciones de carga $\sigma_{ij}, \dot{\varepsilon}, T$ para evaluar su comportamiento en posibles protecciones.

Bibliografía

P J Hazell.
Armour:materials, theory and design.
CRC Press, 2016.

OpenCourseWare
Protección Ligera de Sistema Móviles (PLSM)

uc3m Universidad Carlos III de Madrid