Ejercicio 1

El canal de un sistema de comunicaciones, que debe transmitir a una tasa binaria de 7 Mbits/s, tiene la siguiente respuesta en frecuencia

$$H(j\omega) = \begin{cases} 1 - \dfrac{|\omega|}{20\pi \times 10^6} & \text{si } |\omega| \leq 20\pi \times 10^6 \text{ rad/s} \\ 0 & |\omega| > 20\pi \times 10^6 \text{ rad/s} \end{cases}$$

a) Se transmite en banda base una secuencia de símbolos blanca de una constelación M-PAM con niveles normalizados utilizando filtros transmisor y receptor en raíz cuadrada de coseno alzado. Diseñe los parámetros de los filtros transmisor y receptor y el orden de la constelación, para transmitir con las mejores prestaciones utilizando un ancho de banda de 2 MHz, y calcule la potencia de la señal modulada.

b) Para el sistema diseñado en el apartado anterior:

   I) Obtenga el canal discreto equivalente (en tiempo o en frecuencia) y discuta si hay o no interferencia intersimbólica (explique claramente por qué).

   II) Obtenga la densidad espectral de potencia del ruido en tiempo discreto a la salida del receptor, $z[n]$, y discuta si el ruido es o no blanco (explique claramente por qué).

c) Si ahora se transmite paso banda, con una frecuencia de portadora de 5 MHz, una secuencia blanca de una constelación 16-QAM con niveles normalizados, y utilizando un ancho de banda de 2 MHz con filtros de raíz cuadrada de coseno alzado en transmisor y receptor:

   I) Obtenga el canal discreto equivalente (en tiempo o en frecuencia) y discuta si hay o no interferencia intersimbólica (explique claramente por qué).

   II) Obtenga la densidad espectral de potencia del ruido en tiempo discreto a la salida del receptor, $z[n]$, y discuta si el ruido es o no blanco (explique claramente por qué).

(1,5 puntos)

Ejercicio 2

Un sistema digital de comunicaciones en banda base transmite una constelación 2-PAM con niveles normalizados, $A[n] \in \{\pm 1\}$. La transmisión se realiza sobre el siguiente canal discreto equivalente:

$$p[n] = \frac{1}{2}\delta[n] + \delta[n-1] + \frac{1}{2}\delta[n-2].$$

El ruido en la señal recibida en blanco, Gausiano, con densidad espectral de potencia $N_0/2 = 0.01$, y el filtro receptor es un filtro normalizado cuya función de ambigüedad temporal cumple las condiciones dadas por el criterio de Nyquist a la tasa de símbolo.

a) Obtenga el retardo óptimo para un detector símbolo a símbolo sin memoria y calcule la probabilidad de error con dicho receptor.

b) Ahora, en el receptor se utilizará un un igualador de canal.

   I) Diseñe el igualador de 3 coeficientes con el criterio MMSE y un retardo para las decisiones $d = 2$. NOTA: No es necesario resolver el sistema, sólo plantear el sistema a resolver.

   II) Si los coeficientes del igualador son

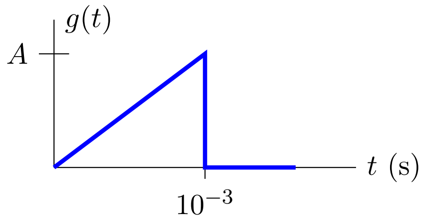
   $$w[0] = -0.4,\ w[1] = +1.2,\ w[2] = -0.4,$$

   obtenga la probabilidad de error aproximada.

(2,5 puntos)

Ejercicio 3

Se tiene una modulación CPM con amplitud unidad, $x(t) = \text{sen}\,(\omega_c t + \theta(t, \mathbf{I}))$, con índice de modulación 3 y en la que el filtro transmisor normalizado es el de la figura



a) Para una modulacion de respuesta completa, y un sistema 4-ario ($I[n] \in \{\pm 1, \pm 3\}$):

   I) Calcule la máxima tasa binaria posible, explicando claramente cómo se ha obtenido.

   II) Calcule el valor de la constante A.

   III) Calcule la energía media por símbolo del sistema.

b) Para el sistema anterior, dibuje el árbol de fases en dos intervalos de símbolo.

c) Ahora se tiene una modulación de respuesta parcial, también en un sistema 4-ário.

   I) Si se puede transmitir sólo a una tasa que sea el doble o la mitad de la tasa del sistema de respuesta completa, elija la opción que considere más oportuna, explicando claramente por qué.

   II) Para la opción elegida, los primeros símbolos de la secuencia a transmitir son

m	0	1	2
$I[m]$	$+1$	-1	$+3$

   Dibuje la contribución individual de cada uno de esos tres símbolos al término $\theta(t, \mathbf{I})$, etiquetando adecuadamente ambos ejes de la figura.

(2 puntos)

Ejercicio 4

Se va a diseñar un sistema digital de comunicaciones para transmitir a una tasa binaria de 4 Mbits/s utilizando una constelación 4-PAM, cuyos primeros símbolos se muestran a continuación

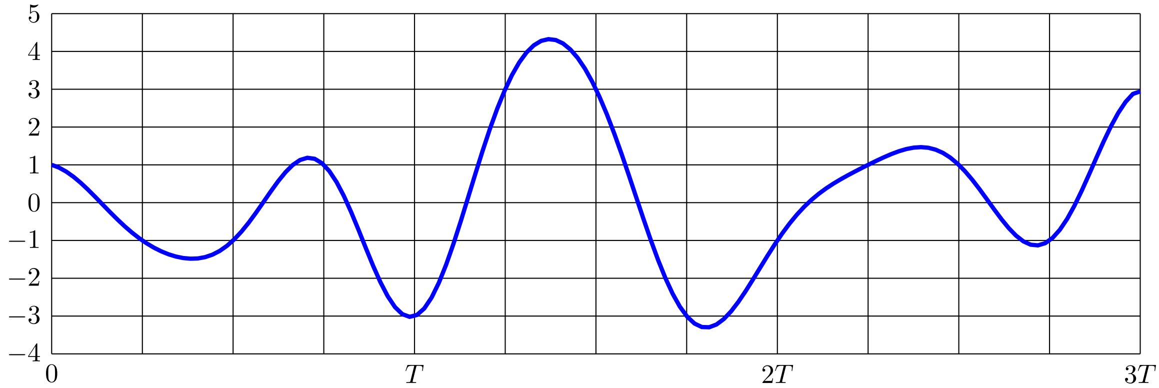
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$A[n]$	$+3$	$+1$	-1	-3	$+3$	$+1$	-1	-3

a) Si se utiliza una modulación de espectro ensanchado por secuencia directa con factor de ensanchado $N = 4$, secuencia de ensanchado $x[m] = \delta[m] - \delta[m-1] - \delta[m-2] + \delta[m-3]$ y un filtro transmisor a tiempo de chip $g_c(t) = h_{RRC}^{\alpha,T_c}(t)$, con factor de caída $\alpha = 0.25$, y se transmite en banda base:

i) Calcule el ancho de banda de la señal modulada.

ii) Obtenga las primeras 8 muestras de la secuencia discreta a tiempo de chip, $s[m]$, $m \in \{0, 1, \cdots, 7\}$.

iii) Si la salida del fitro receptor a tiempo de chip, $f_c(t) = g_c(-t)$, es la que se muestra en la figura, obtenga las dos primeras observaciones a tiempo de símbolo, $q[0]$ y $q[1]$.



b) Ahora se emplea una modulación OFDM con $N = 4$ portadoras. La frecuencia de portadora es 200 MHz y el canal discreto equivalente a tiempo $T/(N+C)$

$$d[m] = \delta[m] - \delta[m-2].$$

i) Transmitiendo sin prefijo cíclico, obtenga la secuencia de muestras $s[m]$ correspondiente a la transmisión de los 8 símbolos $A[n]$ dados, y calcule el ancho de banda de la señal modulada.

ii) Obtenga el tamaño del prefijo cíclico para transmitir sin ISI ni ICI utilizando el mínimo ancho de banda, calcule dicho ancho de banda, y obtenga las muestras $\tilde{s}[m]$ a transmitir en ese caso.

(2 puntos)

Ejercicio 5

Considere los siguientes dos códigos con tasa de codificación 1/2:

- Un código bloque lineal con matriz generadora

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

- Un código convolucional con matriz generadora

$$G(D) = \begin{bmatrix} 1+D & D+D^2 \end{bmatrix}.$$

a) Para el código bloque lineal:

   I) Obtenga la mínima distancia de Hamming..

   II) Obtenga la matriz de chequeo de paridad y la tabla de síndromes.

   III) Decodifique la siguiente palabra recibida utilizando la técnica de decodificación basada en síndrome:

$$\mathbf{r} = [\ 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0\ ].$$

b) Para el código convolucional:

   I) Obtenga el diagrama de rejilla.

   II) Calcule la mínima distancia de Hamming.

   III) Asumiendo estados inicial y final todo ceros, i.e., $\psi_0 = [\ 0 \quad 0\ ]$, decodifique la siguiente secuencia recibida utilizando el algoritmo de Viterbi.

$$\mathbf{r} = [\ 00 \quad 11 \quad 11 \quad 11 \quad 01\ ].$$

(2 puntos)