

---

OpenCourseWare

**Matemáticas para la Economía I (Grados Empresa)**

Paula Rosado Jiménez

---

**Ejemplo de examen final**

**Junio de 2021**



Exercise	1	2	3	4	5	6	Total
Points							

Duración: 2 horas.

APELLIDOS:

NOMBRE:

ID:

GRADO:

GRUPO:

(1) Sea la función  $f(x) = \ln(ex - x^2)$ . Se pide:

- Hallar las asíntotas y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de  $f(x)$ .
  - Hallar los extremos locales y globales y la imagen de  $f(x)$ .  
Representar la gráfica de la función.
  - Considerar  $f_1(x)$  la función  $f(x)$  restringida al intervalo donde  $f(x)$  es creciente.  
Representar la gráfica de la inversa de  $f_1(x)$ .  
Sugerencia para las representaciones: utilizar que  $1 < \ln 4 < 2$ .
- 0,4 puntos apartado a); 0,4 puntos apartado b); 0,2 puntos apartado c).**

(2) Dada la función  $y = f(x)$ , definida de forma implícita mediante la ecuación  $e^{xy} + x^2 + y^2 = 5$  en un entorno del punto  $x = 2, y = 0$ , se pide:

- Hallar la recta tangente y el polinomio de Taylor de grado 2 de la función centrado en  $a = 2$ .
  - Representar la gráfica de  $f$  cerca del punto  $x = 2, y = 0$ .  
Calcular, utilizando la recta tangente, el valor aproximado de  $f(1, 9)$  y de  $f(2, 1)$ .
  - ¿Será  $f(2)$  mayor, menor o igual que el valor exacto de  $\frac{1}{2}(f(1, 9) + f(2, 1))$ ?  
Sugerencia para c: utilizar que  $f''(2) < 0$ .
- 0,4 puntos apartado a); 0,3 puntos apartado b); 0,3 puntos apartado c).**

(3) Sea  $C(x) = \sqrt{5x^2 - 6x + 9}$  la función de costes de una compañía monopolista, donde  $x \geq 1$  representa la cantidad en kilogramos de dicho producto. Se pide:

- Hallar la ecuación de la recta tangente a  $C(x)$  en  $x = 3$ , y calcule una aproximación al valor de  $C(3, 1)$ .
  - Supongamos ahora que la función de demanda inversa es  $p(x) = 29 - bx^2$ , siendo  $b \neq 1, b$  próximo a 1.  
Y supongamos también que en el período anterior la empresa produjo 3 unidades.  
¿Aumentará o disminuirá en este período la empresa su producción?
- 0,5 puntos apartado a); 0,5 puntos apartado b)**

(4) Sea  $f(x) = x^4 - 2x^2$ . Se pide:

- Enunciar el teorema de Bolzano de los ceros para una función  $g$  definida en un intervalo  $[a, b]$ .
  - Sea  $a = -2$ . Determinar  $b$  para que  $f(x)$  cumpla las hipótesis de dicho teorema.
  - Sea  $a = -2$ . Determinar  $b$  para que  $f(x)$  cumpla la tesis de dicho teorema.  
Sugerencia para b) y c): representar la función.
- 0,2 puntos apartado a); 0,4 puntos apartado b); 0,4 puntos apartado c).**

(5) Dadas la funciones  $f, g : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ , definidas por:  $f(x) = -e^{2x}$ ,  $g(x) = \frac{3}{2+x}$ , se pide:

(a) Representar aproximadamente el conjunto  $A$ , delimitado por las gráficas de dichas funciones y las rectas  $x = -1, x = 1$ .

Hallar, si existen, los maximales y minimales, máximo y mínimo de  $A$ .

(b) Calcular el área del conjunto dado.

*Sugerencia para a:* el orden de Pareto viene dado por:  $(x_0, y_0) \leq_P (x_1, y_1) \iff x_0 \leq x_1, y_0 \leq y_1$ .

**0,6 puntos apartado a); 0,4 puntos apartado b)**

---