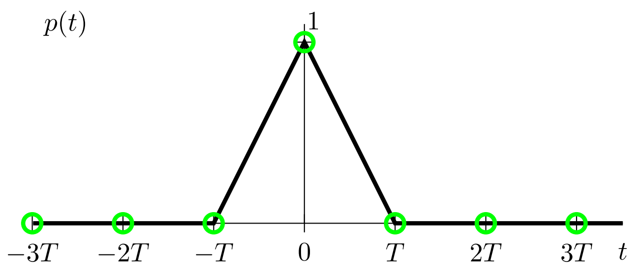
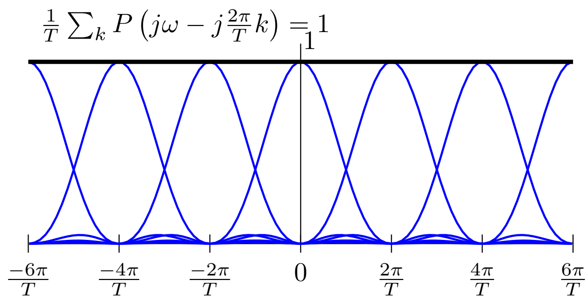
Capítulo 1 : Soluciones de los Ejercicios

Ejercicio 1.1 (Solución) a) En el dominio temporal, $p[n] = p(nT) = \delta[n]$. Aunque con esto bastaría para demostrarlo, y es la opción más sencilla en este caso, también se puede ver en el dominio frecuencial

$$\frac{1}{T}\sum_k P\left(j\omega - j\frac{2\pi}{T}k\right) = \sum_k \text{sinc}^2\left(\frac{\left(\omega - \frac{2\pi}{T}k\right)T}{2\pi}\right) = 1.$$

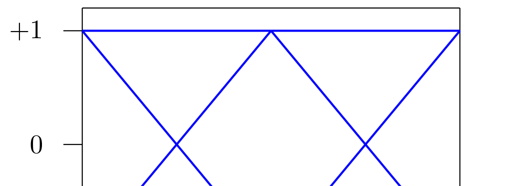




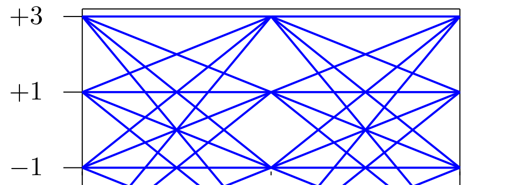
b) La densidad espectral de potencia de $q(t)$ es

$$S_q(j\omega) = E_s\, T\, \text{sinc}^4\left(\frac{\omega T}{2\pi}\right)$$

c) Diagrama de ojo para 2-PAM

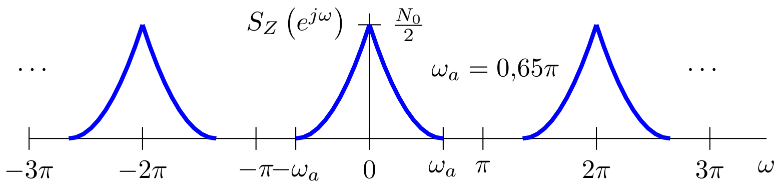


d) Diagrama de ojo para 4-PAM



Ejercicio 1.2 (Solución) Densidad espectral de potencia del ruido en tiempo discreto

$$S_Z\left(e^{j\omega}\right) = \frac{N_0}{2}\frac{1}{T}\sum_k \left|F\left(j\frac{\omega}{T} - j\frac{2\pi}{T}k\right)\right|^2$$



Ejercicio 1.3 (Solución)

$$P_e = \frac{1}{2}Q\left(\frac{3/4}{\sigma_z}\right) + \frac{1}{2}Q\left(\frac{5/4}{\sigma_z}\right).$$

Ejercicio 1.4 (Solución) a) La relación entre densidades espectrales a la entrada y salida del sistema es

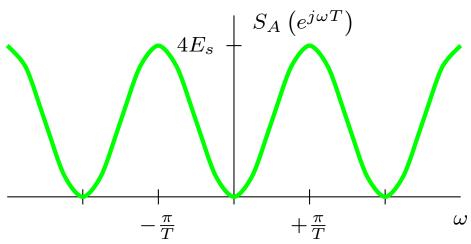
$$S_A\left(e^{j\omega}\right) = S_{A_b}\left(e^{j\omega}\right)\ \left|C\left(e^{j\omega}\right)\right|^2 = E_s\ \left|C\left(e^{j\omega}\right)\right|^2$$

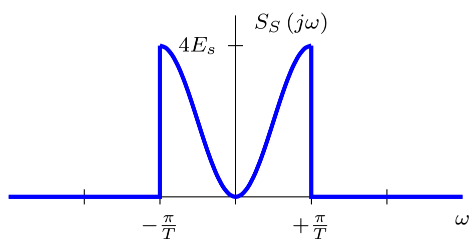
b) Las densidades espectral de potencia son

I) En este caso

$$S_S(j\omega) = \begin{cases} E_s\left[2 - 2\cos(\omega T)\right] & \text{si } |\omega| \leq \frac{\pi}{T} \\ 0 & \text{si } |\omega| > \frac{\pi}{T} \end{cases}$$

Esta respuesta se representa en la figura

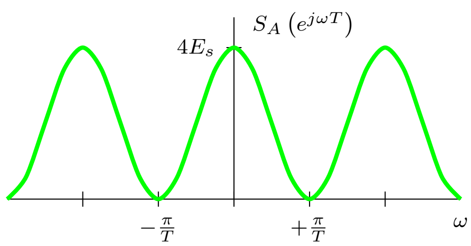


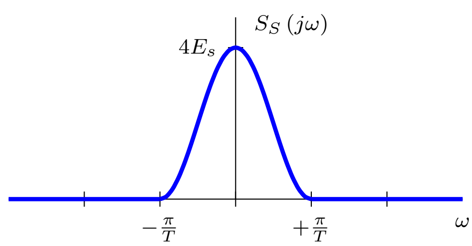


II) Ahora

$$S_S(j\omega) = \begin{cases} E_s\left[2 + 2\cos(\omega T)\right] & \text{si } |\omega| \leq \frac{\pi}{T} \\ 0 & \text{si } |\omega| > \frac{\pi}{T} \end{cases}$$

Esta respuesta se representa en la figura

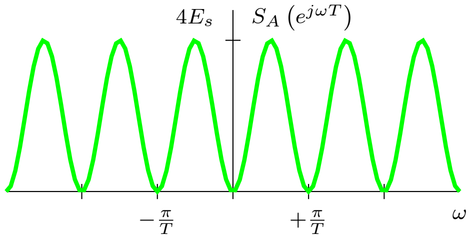


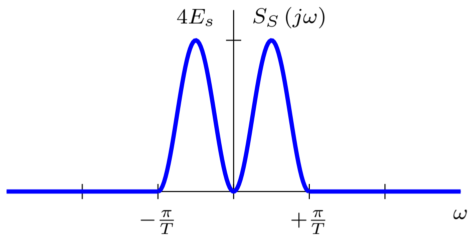


III) Finalmente

$$S_S(j\omega) = \begin{cases} E_s\left[2 - 2\cos(2\omega T)\right] & \text{si } |\omega| \leq \frac{\pi}{T} \\ 0 & \text{si } |\omega| > \frac{\pi}{T} \end{cases}$$

Esta respuesta se representa en la figura





c) La potencia es la misma en los tres casos

$$P_S = 2\ E_s \times R_s \text{ Watts.}$$

Ejercicio 1.5 (Solución) a) Se transmite una constelación 4-PSK o 4-QAM por un canal gaussiano. Aparece *ruido en la transmisión.*

b) La *potencia de ruido de la componente en cuadratura* es mayor que en la componente en fase.

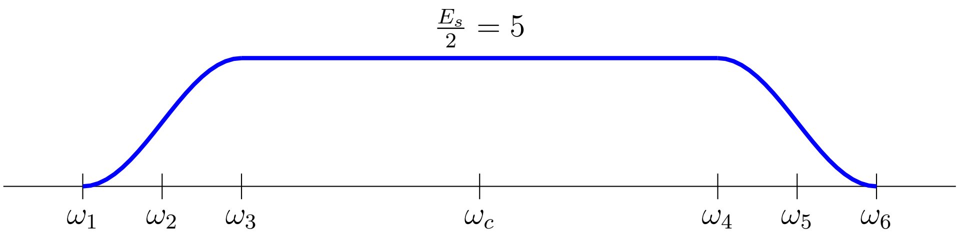
c) Hay *diferencia de fase entre las portadoras* en transmisión y recepción.

d) Parece que hay *diferencia de fase entre las portadoras* en transmisión y recepción que *varía de forma cíclica con el tiempo.* Esto ocurre cuando hay una ligera diferencia entre las frecuencias de las portadoras en transmisión y recepción.

Ejercicio 1.6 (Solución) a) Diseño del sistema:

- Frecuencia de portadora: $\omega_c = 2{,}5\,\text{kHz}$.
- Codificador: 16-QAM.
- Filtros transmisor y receptor: *Raíz de coseno alzado* con factor de caída (*roll-off*) $\alpha = 0{,}25$ y tasa $R_s = 2{,}4$ kbaudios ($T = 1/R_s = 0{,}416$ ms).

b) Densidad espectral de potencia



Las frecuencias correspondientes, en kHz, son

$$f_1 = 1{,}0,\ \ f_2 = 1{,}3,\ \ f_3 = 1{,}6,\ \ f_c = 2{,}5,\ \ f_4 = 3{,}4,\ \ f_5 = 3{,}7,\ \ f_6 = 4{,}0 \text{ kHz}$$

Ejercicio 1.7 (Solución) a) El canal discreto equivalente es

$$p[n] = p(t)\Big|_{t=nT} = \frac{1}{2}\delta[n] - \frac{1}{2}\delta[n-1]$$

b) La densidad espectral de potencia del ruido en tiempo discreto es

$$S_z\left(e^{j\omega}\right) = \frac{N_0}{2} \times \mathcal{E}\{f(t)\} = \frac{N_0}{2}$$

ya que $r_f(t)$ muestreada a tiempo de símbolo es una delta. Si no se hubiera satisfecho esta condición, la densidad espectral de potencia sería

$$S_z\left(e^{j\omega}\right) = \frac{N_0}{2} \times \frac{1}{T}\sum_k R_f\left(\frac{\omega}{T} - \frac{2\pi}{T}k\right) = \frac{N_0}{2} \times \frac{1}{T}\sum_k \left|F\left(\frac{\omega}{T} - \frac{2\pi}{T}k\right)\right|^2$$

c) La probabilidad de error es

$$P_e = \frac{1}{2}P_{e|A[n]=+1} + \frac{1}{2}P_{e|A[n]=-1} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}Q\left(\frac{1}{\sqrt{N_0/2}}\right)$$

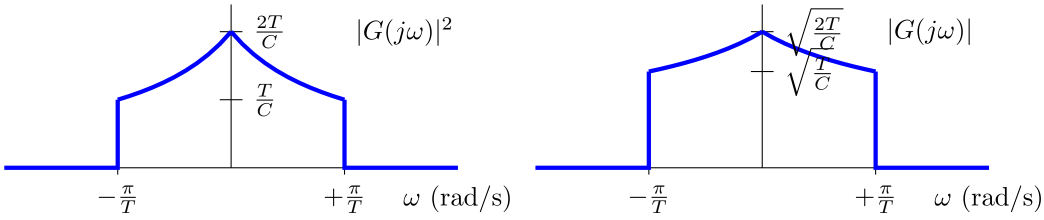
Ejercicio 1.8 (Solución) a) Filtros adaptados que cumplan:

- Función de ambigüedad temporal de $g(t)$, $r_g(t) = g(t) * g(-t)$ cumple las condiciones de Nyquist para la ausencia de ISI. Por ejemplo, *filtros en raíz de coseno alzado.*
- Ancho de banda menor que el del canal:

$$W \leq 2\pi \times 9 \times 10^3 \,\text{rad/s ó } B \leq 9\,\text{kHz}$$

b) Si se usan filtros adaptados:

$$G(j\omega) = \sqrt{\frac{P(j\omega)}{H(j\omega)}}$$



En este caso $\frac{\pi}{T} = 2\pi\ 9 \times 10^3$ rad/s.

c) Elegir un filtro receptor $f(t)$ tal que su función de ambigüedad temporal $r_f(t)$ cumpla las condiciones de Nyquist para la ausencia de ISI. Por ejemplo, un filtro en *raíz de coseno alzado*, $f(t) = h_{RRC}^{\alpha,T}(t)$.

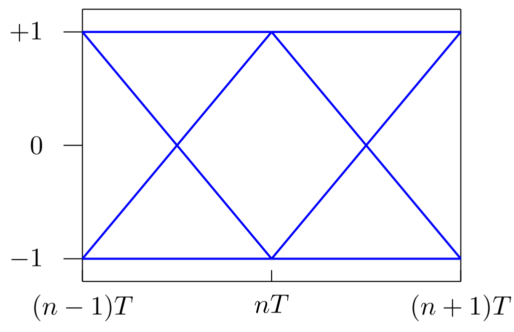
d) $R_s|_{\text{máx}} = 18$ kbaudios.

Ejercicio 1.9 (Solución) a) $f(t) = g(-t)$ and $S_z(e^{jw}) = \frac{N_0}{2}$.

b) $p(t) = r_g(t) * h(t) = r_g(t) - \frac{1}{10}r_g(t-2T)$, por tanto, $p[n] = p(t)\big|_{t=nT} = p(nT) = \delta[n] - \frac{1}{10}\delta[n-2]$

c) Hay ISI, ya que $p[n] \neq C\,\delta[n]$.

d) Diagrama de ojo:



Ejercicio 1.10 (Solución) a) Las condiciones que deben cumplirse son que $r_f(t)$ cumpla Nyquist para que el ruido sea blanco, y que $p(t)$ cumpla Nyquist para que la ISI sea nula.

- Para el primer canal, es posible, ya que tiene un comportamiento ideal en la banda de paso y en dicha banda se comporta como un canal gausiano. Es valido cualquier filtro transmisor $g(t)$ cuya función de ambigüedad temporal, $r_g(t)$, cumpla las condiciones del criterio de Nyquist para la ausencia de ISI, por ejemplo, un pulso en raiz de coseno alzado, siempre que el ancho de banda sea menor o igual a $B = 4$ MHz (en paso banda, equivale a 2MHz en banda base). Como además en este caso $r_f(t) = r_g(t)$, el ruido será blanco.

$$R_{s|\max} = B = 4\,\text{Mbaudios}$$

- Para el segundo canal, al no tener un comportamiento ideal en la banda de paso, se comportará como un canal lineal, por lo que no será posible conseguir de forma simultánea las dos cosas con los diseños convencionales, utiliando filtros diseñados para transmitir a la tasa de símbolo dada por el ancho de banda del canal.
  - Sin embargo, la peculiar forma del canal, con su respuesta triangular, permitiría conseguir las dos cosas de forma simultánea con un diseño atípico: transmitir utilizando como filtro transmisor un filtro con respuesta al impulso sinc, de un ancho de banda igual al del canal, pero transmitiendo a la mitad de la tasa de símbolo asociada a dicho ancho de banda. Es decir

$$g(t) = h_{RRC}^{0,T/2}(t) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{T}}\text{sinc}\left(\frac{2}{T}\right),$$

  y transmitiendo a una tasa $R_s = \frac{1}{T} = 2$ Mbaudios. Se trata de una anomalía muy específica, que no es el caso general tratado en sistemas de comunicaciones realistas.

b) $m_{min} = \lceil \frac{R_b}{R_{s|max}} \rceil = 3$ bits/símbolo, y $M_{min} = 8$ símbolos.

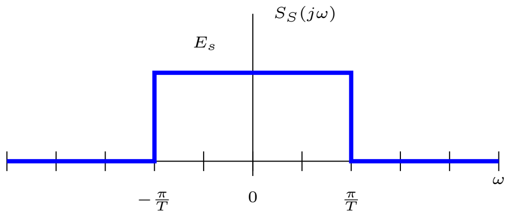
c) $B = R_s(1+\alpha)$, así que $\alpha = 0{,}2$. Buscamos el mayor valor posible de α para minimizar la sensibilidad del receptor a errores en el instante de muestreo.

Ejercicio 1.11 (Solución) a) El ruido es blanco si $r_f(t)$ cumple las condiciones del criterio de Nyquist para la ausencia de ISI.

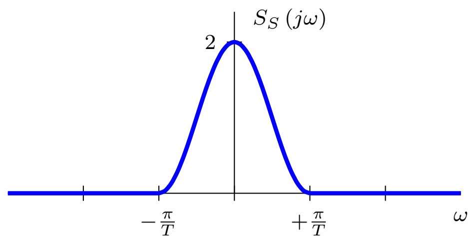
b) $R_{s|max} = 2B = 8$ kbaudios, y se obtiene para $\alpha = 0$.

c) DEP:

I) Si $A[n]$ es blanca:



II) Si $S_A(e^{j\omega}) = 1 + \cos(w)$:



d) $R_s = \frac{2B}{1+\alpha} = 6{,}4$ kbaudios, así que $m = \frac{R_b}{R_s} = 3$ bits/símbolo y $M = 2^m = 8$ símbolos.

Ejercicio 1.12 (Solución) a) $p(t) = g(t) * g(-t) * h(t) = r_g(t) + \frac{1}{4} r_g(t-2T)$, así que $p[n] = \delta[n] + \frac{1}{4}\delta[n-2]$.

b) Transmisión con M-PAM en banda base:

i) $R_{s|max} = 2B$, $m_{min} = \lceil \frac{R_b}{R_{s|max}} \rceil = 3$ bits/símbolo y $M = 2^m = 8$ símbolos.

ii) $R_s = \frac{R_b}{m} = 18$ kbaudios.

iii) $\alpha = \frac{2B}{R_b} - 1 = 0{,}11$.

c) Transmisión con M-QAM en paso banda:

i) $R_{s|max} = B$, $m_{min} = \lceil \frac{R_b}{R_{s|max}} \rceil = 6$ bits/símbolo y $M = 2^m = 64$ símbolos.

ii) $R_s = \frac{R_b}{m} = 9$ kbaudios.

iii) $\alpha = \frac{B}{R_b} - 1 = 0{,}11$.

Ejercicio 1.13 (Solución) a) En el primer escenario, con $f(t) = g(-t)$

$$p[n] = \frac{3}{4}\delta[n] - \frac{1}{4}\delta[n-1].$$

En el segundo escenario, con $f(t) = m(-t)$

$$p[n] = \frac{1}{2}\delta[n].$$

b) Como $f(t) = m(-t)$ dura menos de T segundos, su función de ambigüedad temporal tiene un soporte menor que $[-T, T]$, por lo que se cumple que $r_f[n] = r_f(nT) = C\delta[n]$, en este caso con $C = 2$, por lo que el ruido muestreado $z[n]$ es blanco.

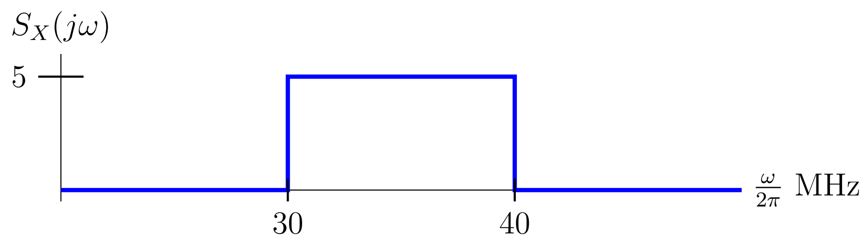
c) Con la segunda opción no hay ISI. Dado que en ambos casos el ruido es blanco (cuando $f(t) = g(-t)$, de nuevo $r_f[n] = r_f(nT) = \delta[n]$), la mejor opción es la segunda.

Ejercicio 1.14 (Solución) a) La máxima tasa, que se obtiene para $\alpha = 0$, es $R_{s|max}$=10 Mbaudios.

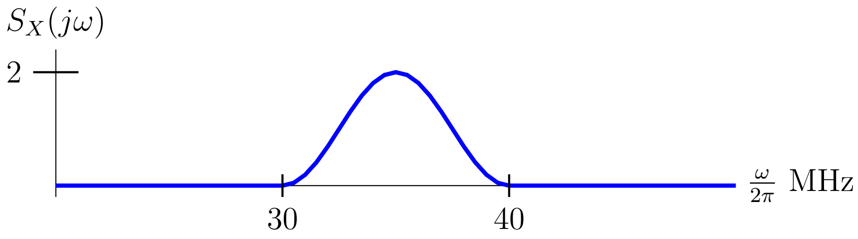
b) El orden mínimo de la constelación es $M = 16$ símbolos.

c) Se representa en ambos casos únicamente la parte correspondiente a las frecuencias positivas de las densidades espectrales de potencia

i) Si $A[n]$ es blanca



ii) Para la secuencia con la $R_A[n]$ especificada



Ejercicio 1.15 (Solución) a) En el caso del canal ideal

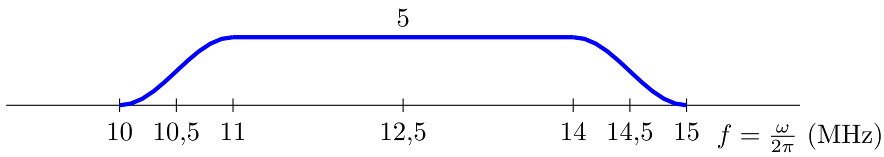
I) Las tasas de transmisión máximas son

$$R_{s|max} = 4 \text{ Mbaudios}, \qquad R_{b|max} = 16 \text{ Mbits/s}.$$

II) La densidad espectral de potencia para una secuencia $A[n]$ blanca es

$$S_X(j\omega) = \frac{E_s}{T}\frac{1}{2}\left[H_{RC}^{\alpha,T}(j\omega - j\omega_c) + H_{RC}^{\alpha,T}(j\omega + j\omega_c)\right],$$

donde $E_s = 10$ J. En la figura se muestra para las frecuencias positivas.

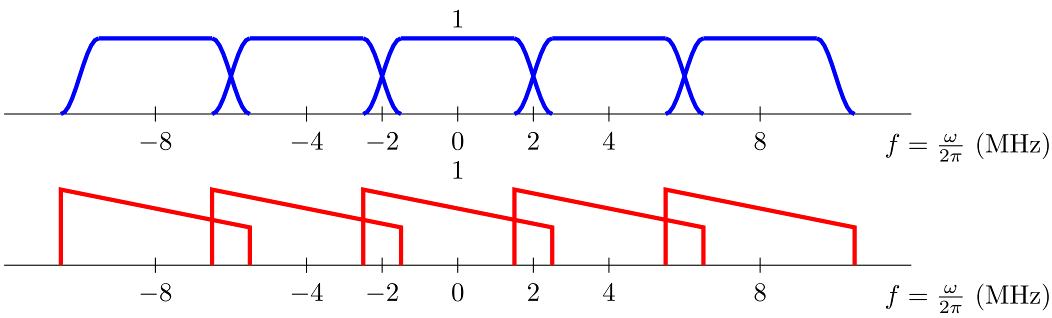


b) Para el canal de la figura

I) Hay ISI. Es más fácil de ver en el dominio frecuencial, donde la suma de las replicas de la respuesta conjunta entre transmisor, canal y receptor, $P(j\omega)$, no suman una constante

$$\frac{1}{T}\sum_k P\left(j\omega - j\frac{2\pi}{T}k\right) \neq 1 \ (\times C)$$

Para ilustrar el resultado, y teniendo en cuenta que $P(j\omega) = H_{RC}^{\alpha,T}(j\omega)\ H_{eq}(j\omega)$, se representan por un lado $\frac{1}{T}\sum_k H_{RC}^{\alpha,T}\left(j\omega - j\frac{2\pi}{T}k\right)$, en azul, y por otro $\sum_k H_{eq}\left(j\omega - j\frac{2\pi}{T}k\right)$, en rojo. La suma $\frac{1}{T}\sum_k P\left(j\omega - j\frac{2\pi}{T}k\right)$ es el producto de ambas componentes.



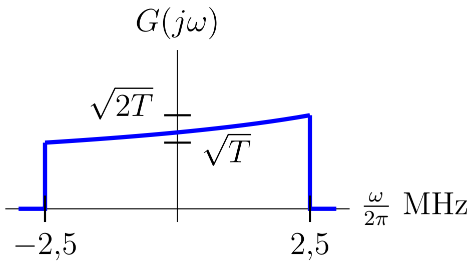
II) El ruido es blanco porque la función de ambigüedad temporal del filtro receptor, muestreada a tiempo de símbolo es una delta (o la suma de las réplicas de su respuesta en frecuencia cada $\frac{2\pi}{T}$ rad/s es una constante). Hay que tener en cuenta que como $f(t) = h_{RRC}^{\alpha,T}(t)$, $r_f(t) = h_{RC}^{\alpha,T}(t)$

c) Si ahora se utilizan filtros adaptados

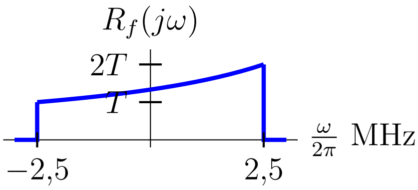
I) En el dominio de la frecuencia

$$G(j\omega)=\sqrt{\frac{H_{RC}^{\alpha,T}(j\omega)}{H_{eq}(j\omega)}}$$

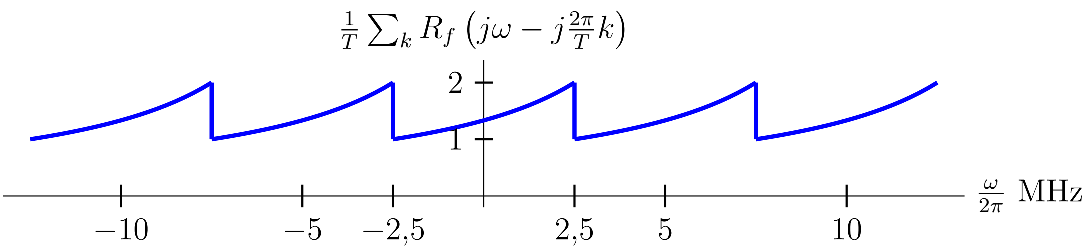
Para el caso $\alpha=0$, se representa en la figura



II) En este caso el ruido no es blanco, ya que réplicas de la respuesta en frecuencia de la función de ambigüedad del filtro receptor no suman una constante. Ahora, dado que $f(t)=g(-t)$, $R_f(j\omega)=|F(j\omega)|^2=|G(j\omega)|^2$, respuesta que se muestra en la siguiente figura.

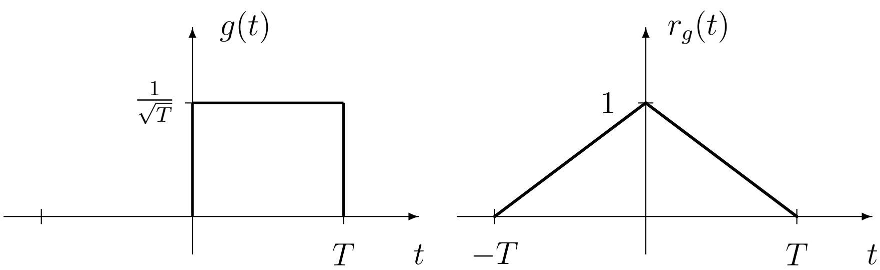


La suma de las réplicas se representa a continuación



Ejercicio 1.16 (Solución) a) La respuesta conjunta entre el filtro transmisor y el filtro receptor, en este caso coincide con la función de ambigüedad temporal del filtro transmisor

$$p(t)=r_g(t)=g(t)*g(-t).$$



El canal discreto equivalente se obtiene muestreando a tiempo de símbolo $p(t)$, es decir

$$p[n]=p(t)\big|_{t=nT}=\delta[n],$$

por lo que sí se cumple el teorema de Nyquist para la ausencia de ISI.

b) El canal discreto equivalente es

$$p[n] = \left(1 + j\frac{1}{2}\right)\delta[n] + j\frac{1}{2}\delta[n-1].$$

Los valores de la constelación recibida son

$A[n]$	$A[n-1]$	$o[n]$
$+1$	$+1$	$+1+j$
$+1$	$+j$	$+\frac{1}{2}+j\frac{1}{2}$
$+j$	$+1$	$-\frac{1}{2}+j\frac{3}{2}$
$+j$	$+j$	$-1+j$

c) En este caso, es fácil ver que el canal discreto equivalente es

$$p[n] = j\delta[n-1],$$

por lo que no hay interferencia intersimbólica, aunque sí hay un retardo y un escalado en la secuencia recibida. En concreto, hay un retardo de un símbolo, y la constelación recibida es la original multiplicada por j, con lo que pasa a ser $o[n] \in \{+j, -1\}$.

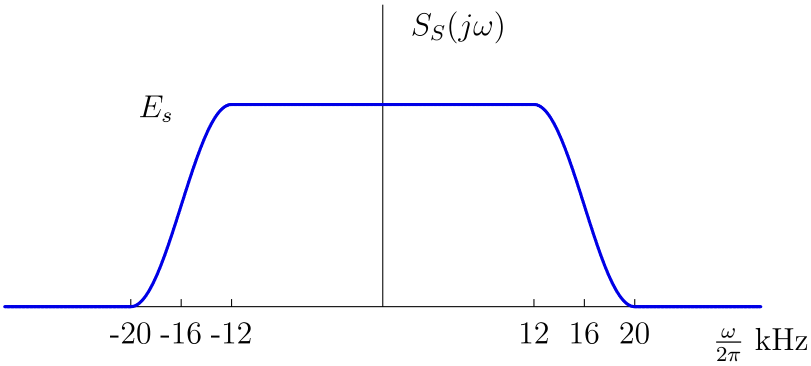
Ejercicio 1.17 (Solución) a) Para $\alpha = 0$ en ambos casos:

I) $R_s = 40$ kbaudios.

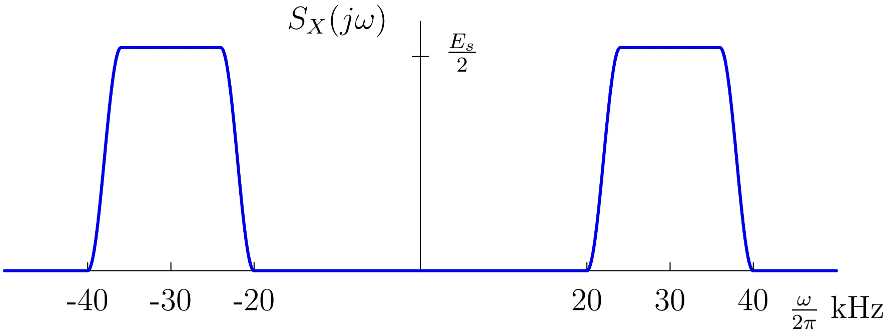
II) $R_s = 20$ kbaudios.

b) Para $\alpha = 0{,}25$: Con $E_s = 1$ J

I) Banda base, 2-PAM:



II) Paso Banda, 4-QAM: Con $E_s = 2$ J



c) I) $\omega_c = 2\pi \times 30 \cdot 10^3$ rad/s.

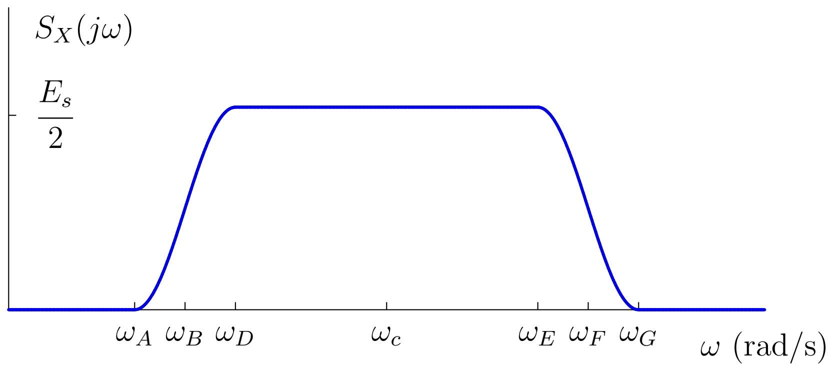
II) Orden constelación: $M = 16$ símbolos.

III) Tasa de símbolo: $R_s = 16$ kbaudios.

Ejercicio 1.18 (Solución) a)

- Frecuencia de portadora: $\omega_c = 2\pi \cdot 875$ Mrad/s.
- Tasa de símbolo: $R_s = 120$ Mbaudios.
- Tasa binaria: $R_b = R_s \cdot m = 480$ Mbits/s.

b) La densidad espectral de potencia $S_X(j\omega)$ tendrá la forma



donde

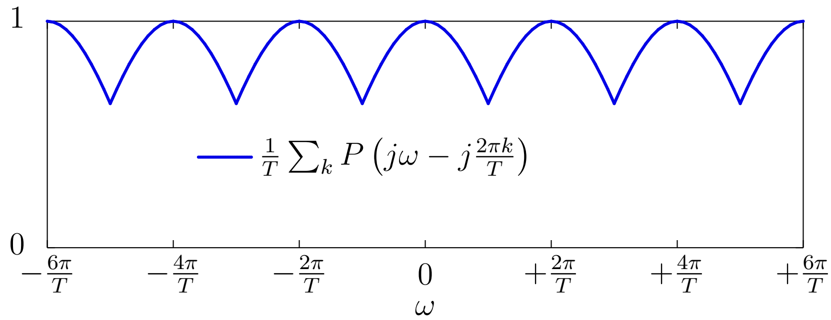
$$\omega_A = 2\pi \cdot 800\text{Mrad/s},\ \omega_B = 2\pi \cdot 815\text{Mrad/s},$$

$$\omega_D = 2\pi \cdot 830\text{Mrad/s},\ \omega_E = 2\pi \cdot 920\text{Mrad/s},$$

$$\omega_F = 2\pi \cdot 935\text{Mrad/s},\ \omega_G = 2\pi \cdot 950\text{Mrad/s}.$$

c) I) $p(t) = r_g(t) = r_f(t)$ es un coseno alzado que cumple el criterio de Nyquist. NO existe ISI y el ruido $z[n]$ SÍ es blanco.

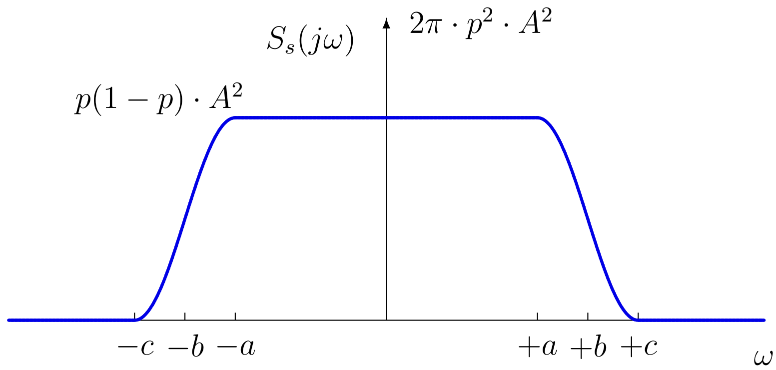
II) SÍ existe ISI porque



Por otro lado, el ruido SÍ es blanco porque la función de ambigüedad temporal de $f(t) = f_b(t)$ es un triángulo entre $-T$ y T, que cumple el criterio de Nyquist.

Ejercicio 1.19 (Solución) a) $E_s = p \cdot A^2$.

b) $S_s(j\omega)$ tiene la forma de la figura:



Las frecuencias de la figura toman los valores

$$a = \frac{\pi}{T} \cdot (1-\alpha),\ b = \frac{\pi}{T},\ c = \frac{\pi}{T} \cdot (1+\alpha),$$

El ancho de banda de la señal modulada es

$$W = \pi \times 1{,}25 \text{ krad/s},$$

o lo que es lo mismo

$$B = 625 \text{ Hz}.$$

Ejercicio 1.20 (Solución) a) Criterio de Nyquist para ausencia de ISI:

$$p[n] = p(t)\big|_{t=nT} = p(nT) = C \times \delta[n] \leftrightarrow \frac{1}{T}\sum_k P\left(j\omega - j\frac{2\pi}{T}k\right) = C.$$

- Escenario (a):

$$T = \frac{t_0}{2} \text{ y para } T \geq t_0$$

$$R_{s|max} = \frac{1}{T_{min}} = \frac{2}{t_0} \text{ baudios.}$$

- Escenario (b): infinitas réplicas de $P(j\omega)$ cada $\frac{2\pi}{T}$ deben sumar una constante.

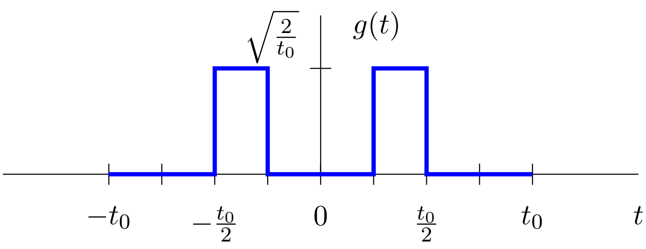
$$\frac{2\pi}{T} = \frac{W}{2} \rightarrow R_s = \frac{1}{T} = \frac{W}{4\pi} \text{ baudios.}$$

b) En el caso del canal ideal, $h(t) = \delta(t)$:

I) Pulso conformador:

$$p(t) = g(t) * h(t) * f(t) = g(t) * \delta(t) * f(t) = g(t) * f(t) = g(t) * g(-t) \equiv r_g(t).$$

Por lo tanto, el filtro transmisor será aquel cuya función de ambigüedad temporal sea la de la respuesta conjunta dada en la figura (o cualquier versión retardada de la misma).

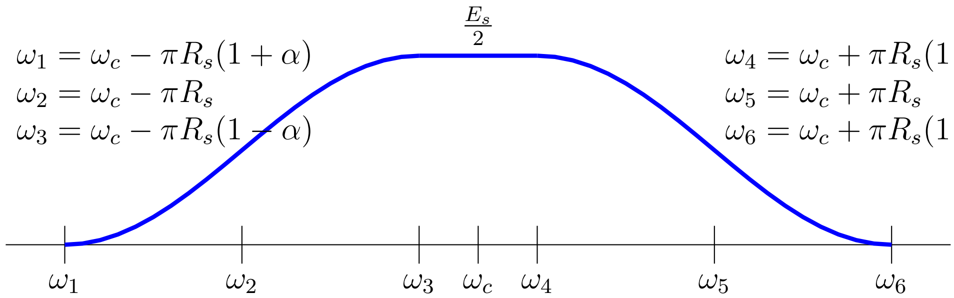


II) Ruido muestreado: $r_f[n] = C\,\delta[n]$, se cumple para valores de T como en el primer apartado.

Ejercicio 1.21 (Solución) a) I) Si $\alpha = 0$: $f_c = 7{,}5$ kHz, $P_X = R_s \cdot E_s = 10$ kWatts, $B = R_s = 5$ kHz, y $M = 4$ símbolos.

II) Si $\alpha = 0{,}75$: $f_c = 7{,}5$ kHz, $P_X = R_s \cdot E_s = 25$ kWatts, $B = R_s(1+\alpha) = 4{,}375$ kHz, y $M = 16$ símbolos.

b) La densidad espectral de potencia es la de la figura:



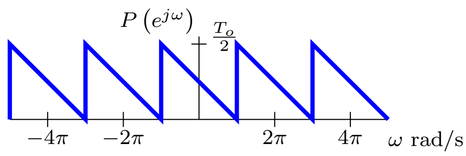
Las frecuencias equivalentes en kHz son

$$f_1 = 5{,}3125,\ f_2 = 6{,}25,\ f_3 = 7{,}1875,\ f_c = 7{,}5,\ f_4 = 7{,}8125,\ f_5 = 8{,}75,\ f_6 = 9{,}6875 \text{ kHz}$$

c) Hay ISI. En este caso, es más sencillo trabajar en el dominio de la frecuencia. En este dominio el canal discreto equivalente es

$$P\left(e^{j\omega}\right) = \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty} P\left(j\frac{\omega}{T} - j\frac{2\pi}{T}k\right) \neq C$$

donde $P(j\omega)$ es la transformada de Fourier de la respuesta conjunta de transmisor, receptor y canal.



Ejercicio 1.22 (Solución) a) La frecuencia de portadora es

$$f_c = 11 \text{ MHz}$$

El filtro transmisor que permite la máxima tasa de símbolo sin ISI es un raíz de coseno alzado con $\alpha = 0$, o lo que es lo mismo, una función sinc

$$g(t) = h_{RRC}^{\alpha=0,T}(t) = \frac{1}{\sqrt{T}}\text{sinc}\left(\frac{t}{T}\right),$$

con $T = \frac{1}{R_s} = \frac{1}{B} = 5 \times 10^{-7}$, es decir $T = 0{,}5\mu s$. La tasa binaria es

$$R_b = 8 \text{ Mbits/s}.$$

El ruido $z[n]$ es blanco ya que la función de ambigüedad temporal del filtro receptor

$$r_f(t) = r_g(t) = h_{RC}^{\alpha=0,T}(t) = \text{sinc}\left(\frac{t}{T}\right)$$

es una función que muestreada a tiempo de símbolo es una delta, $r_f[n] = \delta[n]$.

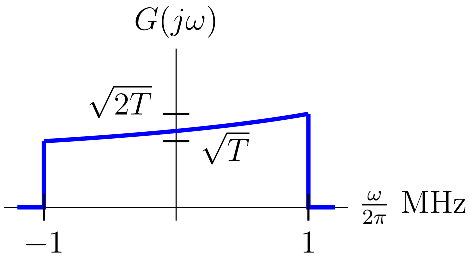
b) La frecuencia de portadora es

$$f_c = 11 \text{ MHz}$$

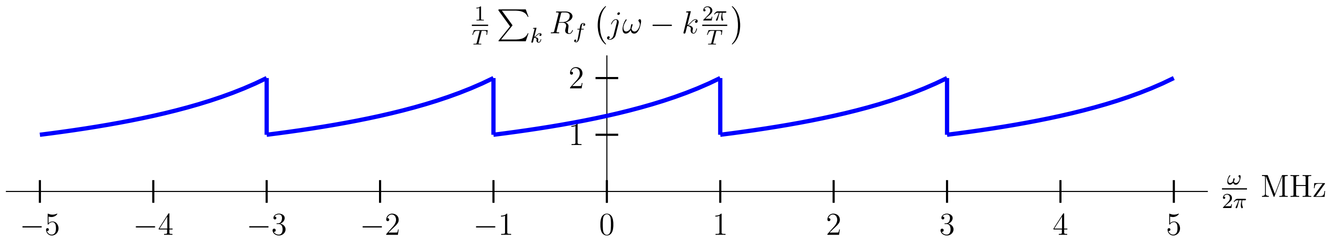
El filtro transmisor es

$$g(t) = h_{RRC}^{\alpha=0{,}6,T}(t), \text{ con } T = \frac{1}{R_s} = \frac{1}{1{,}25 \times 10^6} = 0{,}8\ \mu s.$$

c) El filtro transmisor es, expresado en el dominio de la frecuencia, el que se muestra en la figura



El ruido $z[n]$ no es blanco, ya que



Ejercicio 1.23 (Solución) a) El mínimo orden de la constelación es $M = 8$ símbolos (constelación 8-PSK). El máximo factor de caída

$$\alpha = 0{,}125.$$

La potencia es

$$P_S = 448 \text{ kWatt}$$

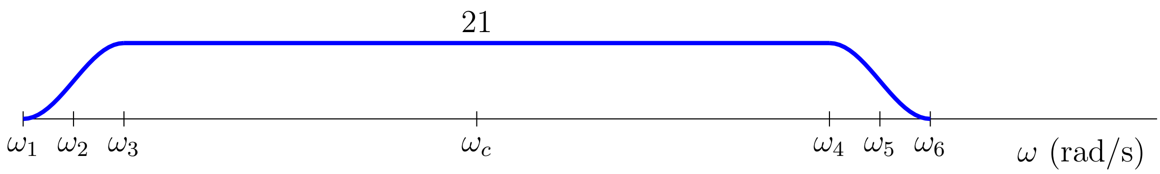
b) La frecuencia de portadora es

$$f_c = 56 \text{ kHz}$$

El mínimo orden de la constelación es $M = 64$ símbolos. Y el máximo factor de caída

$$\alpha = 0{,}125.$$

La densidad espectral de potencia



Las frecuencias equivalentes en kHz son

$$f_1 = 50,\ f_2 = 50{,}666,\ f_3 = 51{,}333,\ f_c = 56,\ f_4 = 60{,}666,\ f_5 = 61{,}333,\ f_6 = 62 \text{ kHz}$$

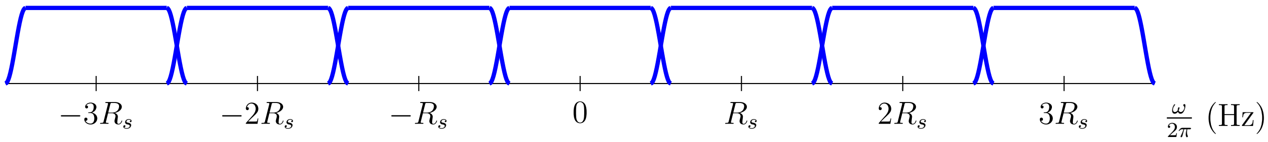
c) El ruido $z[n]$ es blanco ya que

$$r_f(t) = r_g(t) = h_{RC}^{\alpha,T}(t)$$

es una función que muestreada a tiempo de símbolo es una delta, $r_f[n] = \delta[n]$, o equivalentemente

$$\frac{1}{T}\sum_k R_f\left(j\omega - \frac{2\pi}{T}k\right) = 1$$

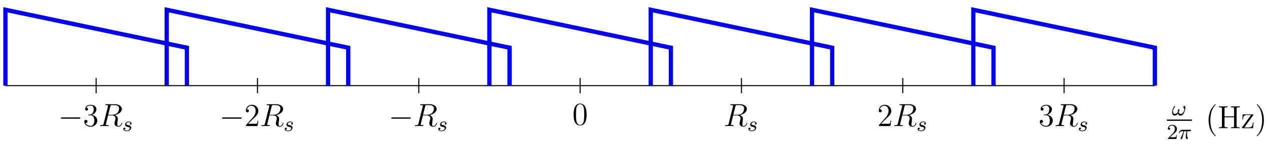
como se ilustra en la figura



En cuanto a la ISI, existe interferencia intersimbólica, ya que

$$\frac{1}{T}\sum_k P\left(j\omega - j\frac{2\pi}{T}k\right)$$

es la suma del producto de las distintos componentes mostradas en la figura anterior con las de la siguiente



Ejercicio 1.24 (Solución) a) El filtro transmisor que permite la máxima tasa de símbolo sin ISI es

$$g(t) = h_{RRC}^{\alpha=0,T}(t) = \frac{1}{\sqrt{T}}\text{sinc}\left(\frac{t}{T}\right),$$

con $T = 100\ \mu$s.

El ruido $z[n]$ es blanco ya que la función de ambigüedad temporal del filtro receptor es

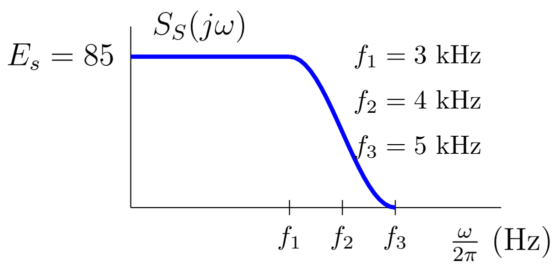
$$r_f(t) = h_{RC}^{\alpha=0,T}(t) = \text{sinc}\left(\frac{t}{T}\right)$$

que es una función que muestreada a tiempo de símbolo es una delta, $r_f[n] = \delta[n]$, condición que debe cumplirse para que el ruido $z[n]$ sea blanco. O equivalentemente, que la suma de réplicas cada $\frac{2\pi}{T}$ rad/s de $R_f(j\omega)$ sea constante, lo que también cumple $R_f(j\omega) = H_{RC}^{\alpha=0,T}(j\omega)$.

b) La constelación puede ser una 16-PAM y el filtro transmisor será

$$g(t) = h_{RRC}^{\alpha=0,25,T}(t),\ \text{con}\ T = \frac{1}{R_s} = \frac{1}{8\times 10^3} = 125\ \mu\text{s}.$$

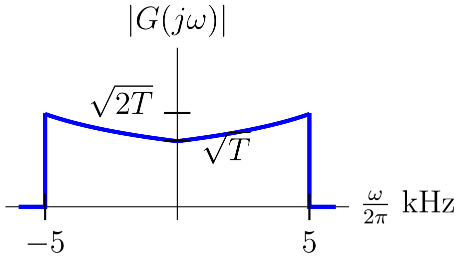
c) La densidad espectral de potencia se muestra en la figura (representación sólo de frecuencias positivas)



La potencia es

$$P_S = 680\ \text{Watts}.$$

d) Un filtro transmisor que cumple las condiciones del criterio de Nyquist para la ausencia de ISI se muestra en la figura



Ejercicio 1.25 (Solución) a) Las tasas máximas son

I) Para un canal ideal
$$R_{s|max} = 333{,}33 \text{ baudios.}$$

II) Para el canal dado
$$R_{s|max} = 142{,}85 \text{ baudios.}$$

b) La tasa máxima de transmisión es
$$R_{s|max} = 20 \text{ kbaudios.}$$

Los parámetros del filtro son
$$\alpha = 0,\ T = 50\ \mu\text{s.}$$