UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID
Departamento de Tecnología Electrónica
Instrumentación Electrónica I

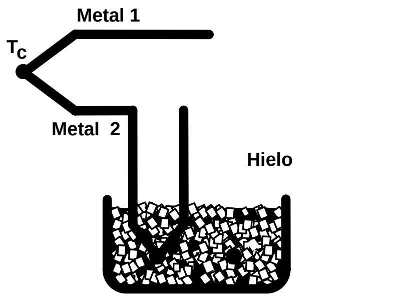
2005
Carmen Vázquez
Ernesto García

Ejercicios de repaso con soluciones

Temperatura

<u>Problema 1</u>

En la Tabla adjunta, tabla 7, se muestra la tabla de calibración de un termopar tipo J. En ella se da la tensión en *mV* entre los terminales del termopar en función de la temperatura de la unión, T_c, cuando la unión de referencia, o unión fría, T_f, está a 0ºC.



a) Si la temperatura de una de las uniones, T_c, es de 145ºC y la unión con el equipo de medición está a una temperatura de 25ºC, ¿cuál es la tensión medida?
b) Si la tensión medida fuera de 3,720 mV, ¿a qué temperatura, T_c, está la zona de la unión suponiendo que el equipo de medición sigue a 25ºC?
c) si la unión caliente, T_c, varía entre 0-100ºC, proponga una linealización de la curva de calibración $V_{Tc,0} = S_c \times T_c + V_{offset,c}$ en dicho rango. Indique la no linealidad del termopar en este caso, para ello considere sólo las temperaturas de 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 y 90ºC.
d) Si la unión fría, T_f, o unión de referencia, varía entre 10-30ºC, proponga una linealización de la curva de calibración $V_{Tf,0} = S_f \times T_f + V_{offset,f}$ en dicho rango. ¿Qué error se cometería ignorando $V_{offset,f}$?

Se desea usar un circuito de acondicionamiento para el termopar en un campo de medida entre 0-100 ºC de forma que su salida esté comprendida en el margen 0-5V, con una compensación analógica de la unión fría, que varía entre 10-30ºC. El circuito completo se representa en la figura 1.

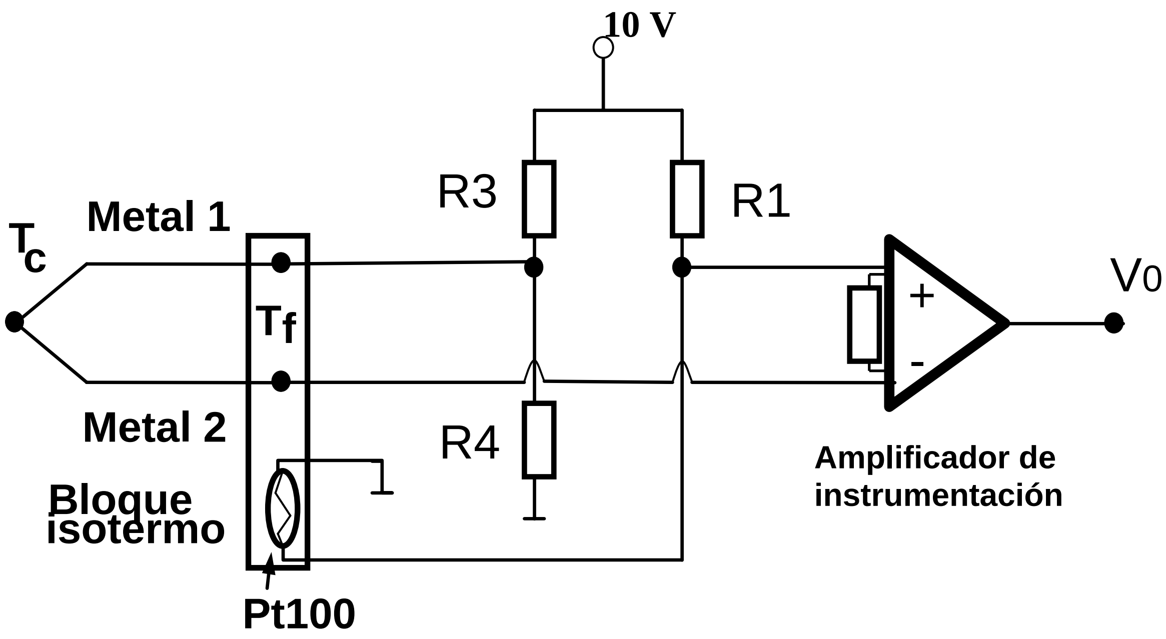


Fig. 1

e) Se puede observar que como circuito de compensación analógica se usa un puente de Wheatstone, que se reproduce nuevamente en la figura 2, *donde las resistencias superiores son r veces las inferiores,* y en el que se mide la temperatura del punto frío con una RTD, una Pt100. Con este montaje se obtiene una tensión de salida del puente de Wheatstone proporcional a esa temperatura, es decir, $V_A - V_B = V_{Tf,0} = S_f \times T_f$ según lo calculado en el apartado d). **<u>Se pide que calcule el valor de r</u>** para que se cumpla dicha relación, sabiendo que las características de la Pt100 son: $R(T)=R_0 (1+ \alpha T)$ con α=0,00385 /ºC y R_0=100Ω
(Debe justificar cualquier aproximación que realice).

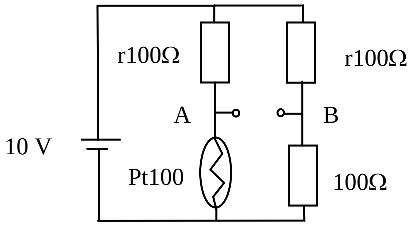


Fig. 2

f) Para sumar la tensión de compensación generada por el circuito del apartado e) se conecta el termopar según la Fig. 3. Sabiendo que las uniones del termopar a B y C se hacen con un bloque isotermo como se muestra en la figura 1. **<u>Se pide que calcule</u>** V_A-V_C=f(Tc) y por tanto que se puede calcular su valor a partir de los datos disponibles independientemente de Tf.

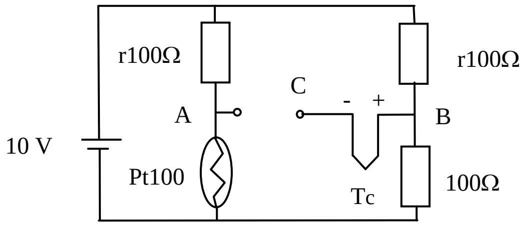


Fig. 3

TABLE 7 Type J Thermocouple -- thermoelectric voltage as a function of temperature (°C); reference junctions at 0 °C

J°C

Thermoelectric Voltage in Millivolts

°C	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	°C
0	0.000	0.050	0.101	0.151	0.202	0.253	0.303	0.354	0.405	0.456	0.507	0
10	0.507	0.558	0.609	0.660	0.711	0.762	0.814	0.865	0.916	0.968	1.019	10
20	1.019	1.071	1.122	1.174	1.226	1.277	1.329	1.381	1.433	1.485	1.537	20
30	1.537	1.589	1.641	1.693	1.745	1.797	1.849	1.902	1.954	2.006	2.059	30
40	2.059	2.111	2.164	2.216	2.269	2.322	2.374	2.427	2.480	2.532	2.585	40
50	2.585	2.638	2.691	2.744	2.797	2.850	2.903	2.956	3.009	3.062	3.116	50
60	3.116	3.169	3.222	3.275	3.329	3.382	3.436	3.489	3.543	3.596	3.650	60
70	3.650	3.703	3.757	3.810	3.864	3.918	3.971	4.025	4.079	4.133	4.187	70
80	4.187	4.240	4.294	4.348	4.402	4.456	4.510	4.564	4.618	4.672	4.726	80
90	4.726	4.781	4.835	4.889	4.943	4.997	5.052	5.106	5.160	5.215	5.269	90
100	5.269	5.323	5.378	5.432	5.487	5.541	5.595	5.650	5.705	5.759	5.814	100
110	5.814	5.868	5.923	5.977	6.032	6.087	6.141	6.196	6.251	6.306	6.360	110
120	6.360	6.415	6.470	6.525	6.579	6.634	6.689	6.744	6.799	6.854	6.909	120
130	6.909	6.964	7.019	7.074	7.129	7.184	7.239	7.294	7.349	7.404	7.459	130
140	7.459	7.514	7.569	7.624	7.679	7.734	7.789	7.844	7.900	7.955	8.010	140

Solución

a)
Aplicando la ley de temperaturas intermedias:
$V_{145,0} + V_{0,25} = V_{145,25}$
$V_{145,0} – V_{25,0} = V_{145,25}$

A partir de los datos de la tabla de calibración del enunciado
7,734 – 1,277 = **<u>6,457 mV</u>**

b)
Aplicando la ley de temperaturas intermedias:
$V_{x,0} = V_{x,25} + V_{25,0}$

Luego utilizando los datos del enunciado de este apartado
$V_{x,0}$ (x=Tc)= 3,720 + 1,277 = 4,997 mV que según la tabla de calibración se obtiene esa diferencia de potencial si la unión caliente Tc, está a 95 ºC .

c)
Se propone una linealización del comportamiento del termopar al variar la temperatura de la unión caliente de 0 a 100ºC y suponiendo la otra unión constante, a 0ºC, calculando la ecuación de la recta que pasa por el punto inicial y el final a partir de la tabla de calibración. De forma que se aproxima la respuesta del termopar por
V(Tc,0)=Sc x Tc + Voffset,c; con Tc variando de 0 a 100ºC y donde $Sc=\Delta V/\Delta T$.

A partir de la tabla de calibración:
Sc= (V100,0 – V0,0)/(100 – 0) = 5,269mV/100ºC = 52,69 uV/ºC
Voffset,c = V(Tc) – Sc . Tc, siendo Tc=0 ó 100. En ambos casos Voffset,c = 0.
Luego
V(Tc,0)=52,69μV/ºC x Tc (1) ; con Tc variando de 0 a 100ºC

Para calcular el error de linealidad se construye la tabla siguiente, donde para cada temperatura Tc (ºC), 1ª fila, se calcula la diferencia en la respuesta del termopar, en μV, entre la tabla de calibración y la recta de la ecuación (1), 2ª fila:

Tc (ºC)	10	20	30	40	50	60	70	80	90
$\Delta V(Tc,0)_{cal,\ recta}$ (μv)	19,9	34,8	43,7	48,6	49,5	45,4	38,3	28,2	16,1

La desviación más grande es para Tc=50 ºC que sobre el fondo de escala supone una "no linealidad" de:
No linealidad (%) = 100x $\Delta q_{max}/_{qmáx(FS)}$= 100x 49,5/5269 uV/uV = 0,94% < 1% , donde FS = fondo de escala
Luego la recta (1) es una buena aproximación como curva de calibración.

d)
En este caso se propone nuevamente una linealización del comportamiento del termopar al variar la temperatura de la unión de referencia de 10 a 30ºC y suponiendo la otra unión constante, a 0ºC, calculando la ecuación de la recta que pasa por el punto inicial y el final a partir de la tabla de calibración. De forma que se aproxima la respuesta del termopar por
V(Tf,0)=Sf x Tf + Voffset,f; con Tf variando de 10 a 30ºC y donde $Sf=\Delta V/\Delta T$.

Sf=(V30,0 – V10,0)/(30 – 10) = (1,537 – 0,507)/20 = 51,5 uV/ºC
Voffset,f=V(Tf) – Sf . Tf para Tf=10 o 30 ºC. En ambos casos Voffset,f=8uV

Luego
V(Tf,0)=51,5 μV/ºC x Tf + 8μV (2) ; con Tf variando de 10 a 30ºC

El error cometido ignorando Voffset,f se calcula a partir de la expresión de error relativo =100x (valor real-valor aproximado)/valor real a FS, en este caso

Error relativo (%) = 100x(Voffset,f -0)/V(T30,0)=8uV/1537uV=**0,5%**

e)

La tensión de salida del puente de Wheatstone, VA – VB, se calcula a partir de las leyes de Kirchoff y se obtiene

VA – VB = 10x R(T) /(r100+Ro)) -10x100/(r100+100), con $R(T)=Ro(1+\alpha\Delta T)=Ro+\Delta R$, Ro=100 y $\Delta T=T-0=T$

En el puente de las figuras 1 y 3, la temperatura que mide la Pt100 varía de 10 a 20ºC, luego la variación máxima de resistencia que experimenta la Pt100 es proporcional al incremento de 20ºC. Por ello, se comprueba que se cumple que $\Delta R/Ro<<1$, pues $\Delta Rmáx/Ro=\alpha\Delta Tmáx$= 0,00385/ºCx 20ºC=0,077. De forma que se puede aproximar (r100+1)+ΔR ~ (r100+1). Considerando esta aproximación y operando se obtiene:

VA – VB = 10 (ΔR/Ro)/(r+1)=10 $\alpha\Delta$T/(r+1) , recordando que el incremento ΔT=T

La tensión de salida del puente de Wheastone debe ser igual a la respuesta linealizada del termopar como consecuencia de que la unión de referencia varía su temperatura de 10 a 30ºC, que viene dada por la ecuación (2) y despreciando el término de offset, como indica el enunciado, lo que supone un error menor al 0,5%. Por tanto se debe cumplir que:

V(Tf,0)= Sf x Tf= 51,5 μV/ºC x Tf = 10 αTf/(r+1) con Tf variando de 10 a 30ºC.

Luego r= -1+10a/Sf que sustituyendo da un valor de r=746,57 tomamos **r=746** y por tanto las resistencias de las ramas superiores serian de 74,6 Kohm

f)

A partir de las leyes de Kirchoff y utilizando la ley de temperaturas intermedias

VA – VC = (VA – VB) + (VB – VC) = VTf,0 + VTc,Tf = VTc,Tf + VTf,0 = VTc,0

2. En la tabla adjunta se recogen los valores de resistencia a diferentes temperaturas de un RTD tipo Pt100. Se quiere utilizar este sensor para medir temperaturas entre 0 y 800 ºC.

c) Como los RTD son muy lineales, podemos garantizar que el error de linealidad en este rango es menor que es menor que 5ºC.
d) Dado que en un Pt100 la sensibilidad es muy baja ($\Delta R/\Delta T \approx$ 0,38Ω/ºC), se montará el sensor en puente de Wheatstone.
e) Una vez montado un termómetro con este transductor, se calibra de forma que la lectura a t=0ºC sea exactamente 0,0ºC. Si se sustituye el sensor por otro del mismo modelo, la lectura a t=0ºC estará comprendida entre –0,1 y +0,1 ºC.
f) Ninguna de las anteriores.

Temp	Resistance	Tolerance			
		Class A		Class B	
(°C)	(Ω)	(±°C)	(±Ω)	(±°C)	(±Ω)
-200	18.52	0.55	0.24	1.3	0.56
-100	60.26	0.35	0.14	0.8	0.32
0	100.00	0.15	0.06	0.3	0.12
100	138.51	0.35	0.13	0.8	0.30
200	175.86	0.55	0.20	1.3	0.48
300	212.05	0.75	0.27	1.8	0.64
400	247.09	0.95	0.33	2.3	0.79
500	280.98	1.15	0.38	2.8	0.93
600	313.71	1.35	0.43	3.3	1.06
650	329.64	1.45	0.46	3.6	1.13
700	345.28	–	–	3.8	1.17
800	375.70	–	–	4.3	1.28
850	390.48	–	–	4.6	1.34

a) linealizando entre extremos (0 y 800 ºC): T=(R_{PT100}-100)×800/275,7; Según la tabla T=500ºC=>R_{PT100}=280,98Ω. Con este valor en la ec. linealizada obtenemos T'=(280,98-100))×800/275,7=525ºC; El error es de 25ºC=> **FALSO**

b) Δ R_{PT100}=275Ω =>ΔR/R NO es <<1 => **FALSO**

c) Para T>650ºC hay que usar sensor de clase B, con tolerancia de ±0,3ºC para T=0ºC => **FALSO**

d) VERDADERO

Problema 3

Se pretende medir la temperatura de un túnel cuyo circuito de control se encuentra ubicado a 200m del punto de medida. Se utilizan hilos de cobre, de 0.25 mm^2 de sección y 200 m de longitud, con una resistividad de ρ= 1.67·10^{-8}Ω·m, y un coeficiente de expansión térmica de 17.0 x 10^{-6} Ω/Ω/ºC. El sensor de temperatura es una RTD Pt100 cuya hoja de características se muestra a continuación. Además se proponen los 2 circuitos acondicionadores que se muestran en las figuras 1.a y 1.b. siendo el amplificador de instrumentación, AI, el AD620 (cuya hoja de características también se adjunta)

SPECIFICATIONS

Sensor Type	Thin film platinum RTD: R_0 = 1000 Ω @ 0°C; alpha = 0.00375 Ω/Ω/°C R_0 = 100 Ω @ 0°C; alpha = 0.00385 Ω/Ω/°C
Temperature Range	−55° to +150°C (−67° to +302°F)
Temperature Accuracy	±0.5°C or 0.8% of temperature, °C (R_0 ±0.2% trim), whichever is greater ±0.3°C or 0.6% of temperature, °C (R_0 ±0.1% trim), whichever is greater (optional)

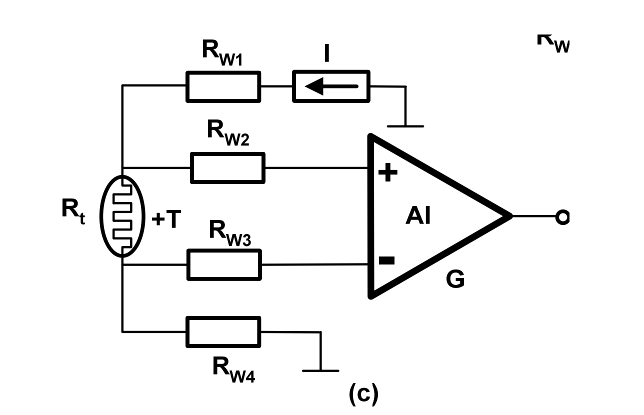


Fig. 1.a. Circuito acondicionador

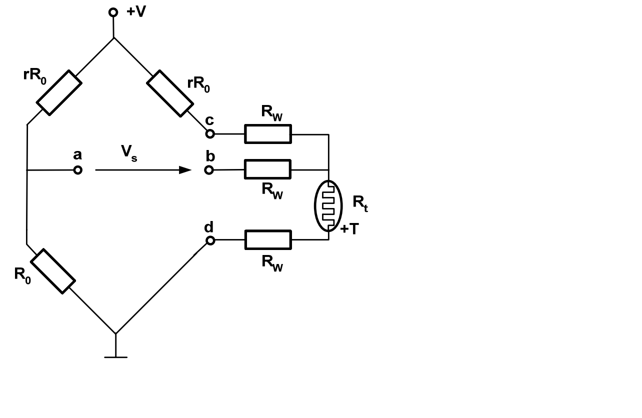


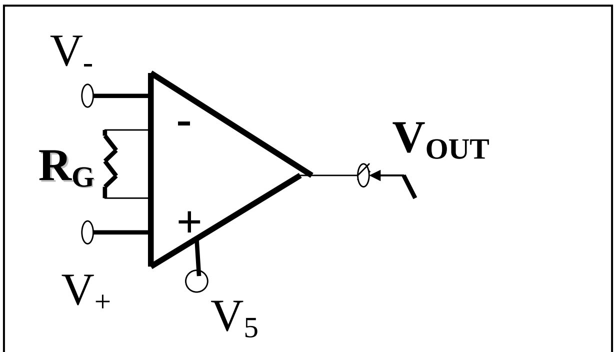
Fig. 1.b. Circuito acondicionador

Se pide:

a) Determinar la expresión que relaciona la variación de resistencia en función de la temperatura en un rango de -10 a 40ºC, especificando el error
b) Calcule la expresión de la tensión de salida en función de la temperatura y cuantifique el error que se comete en la medida si se utiliza el circuito de la figura 1.a. por la presencia de los hilos (Nota: I=5mA, RG=1000Ω)
c) Proponga modificaciones en el circuito para obtener una tensión de salida variable de 0 a 1.5V para el rango de temperatura indicado y que compense completamente el efecto de los cables.
d) Analice cualitativamente las diferencias esperadas entre el comportamiento del circuito de la figura 1.a y de la figura 1.b y su idoneidad para la aplicación propuesta.

AD620—SPECIFICATIONS (Typical @ +25°C, $V_S = \pm 15$ V, and $R_L = 2$ kΩ, unle

Model	Conditions	AD620A Min	AD620A Typ	AD620A Max	AD620B Min	AD620B Typ	AD620B Max
GAIN	G = 1 + (49.4 k/R_G)						
Gain Range		1		10,000	1		10,000
Gain Error[2]	V_{OUT} = ± 10 V						
G = 1			0.03	0.10		0.01	0.02
G = 10			0.15	0.30		0.10	0.15
G = 100			0.15	0.30		0.10	0.15
G = 1000			0.40	0.70		0.35	0.50
Nonlinearity,	V_{OUT} = −10 V to +10 V,						
G = 1–1000	R_L = 10 kΩ		10	40		10	40
G = 1–100	R_L = 2 kΩ		10	95		10	95
Gain vs. Temperature							
	G =1			10			10
	Gain >1[2]			−50			−50
VOLTAGE OFFSET							



Nota: recuerde V_{OUT}=G(V+-V-)+V_5, siendo V_5 la tensión en el pin 5 del AD620.

a) Se trata de una RTD de forma que la resistencia tiene una variación bastante lineal con la temperatura, con los datos que nos proporcionan de la hoja de características podemos indicar:

$R(T)=Ro(1+\alpha\Delta T)\pm\varepsilon = 1000(1+0.00375\Delta T) \pm 0.5ºC$

En el caso del error se trata del máximo entre 0,8%T, que en este caso es como máximo 0,8x40/100=0,32ºC que es menor a 0,5ºC.

b) Si se supone que las corrientes de entrada al amplificador de instrumentación son despreciables, al ser muy bajas, ello hace que toda la corriente ***I*** de la fuente de corriente circule por Rw1, Rt y Rw2, de forma que la caída de tensión entre los terminales V+ y V- es igual a:

$V+-V-= IxRt=Ix(Ro(1+\alpha\Delta T)\pm\varepsilon)$ y por tanto la tensión de salida del amplificador de instrumentación es igual

a:

V_{OUT}= IxRt=Ix(Ro(1+αΔT)±ε)xG , con G= 1+(49.4k/R_G), es decir que se cancela el posible error asociado a las resistencias de los hilos siempre que se puedan despreciar las corrientes de entrada al amplificador de instrumentación.

La ganancia con R_G=1000Ω es de 4,95v/v y para tener una idea de orden de magnitud, en el rango de medida de 0 a 40ºC se obtiene una tensión de salida de
$V_{OUT\ (T=0ºC)}$= IxRt=Ix(Ro(1±ε))xG= IxGxRo(1±ε/Ro)=0.5x4,95v(1 ±0.5 10^{-3})=2,5v
$V_{OUT\ (T=40ºC)}$= IxRt=Ix(Ro(1+ α40ºC±ε))xG= IxGxRo(1+0.15±0.5 10^{-3})=2,8v

c) Para obtener una tensión de salida variable de 0 a 1V se necesita introducir una tensión de offset a partir del pin 5 del amplificador de instrumentación y modificar la ganancia, de forma que la nueva tensión de salida es

V_{OUT}= IxRt=Ix(Ro(1+αΔT)±ε)xG´ +V5, con G´= 1+(49.4k/$R_{G´}$),

De forma que se debe cumplir:
VOUT=0 a T=0 y VOUT=1.5 a T=40ºC planteándose 2 ecuaciones con 2 incógnitas:

0= IxRt=Ix(Ro(1)±ε)xG´+V5
1.5= IxRt=Ix(Ro(1+αΔT(40ºC))±ε)xG´+V5

Restando y despejando:

1.5= IxRoxG´x(αΔT(40ºC)) luego
G´=3/(IxRox(αΔT(40ºC)))=3/(0.5x(0.15)**=5v/v**
V5=- Ix(Ro(1±ε)xG´ = -5v

Modificaría el valor de RG=12,35kΩ e introduciría en V5 una tensión de -5V

b) El circuito de la figura 1.a permite compensar completamente el efecto de los hilos y amplificar, si bien no se trata de una configuración diferencial y por tanto es fundamental el poder introducir un elemento de offset que evite la saturación cuando se pretende realizar la medida de variaciones muy pequeñas que provoquen pequeños cambios en la resistencia y por tanto que luego haya que amplificar, de forma que el término de continua presente IxRoxG es un término no deseado y que puede enmascarar la medida.
En el caso del puente de Wheatstone se trata de una medida diferencial de forma que no están presentes esos problemas, si bien con la conexión a tres hilos puede haber errores si no es despreciable Rh=13Ω frente a Ro=1000Ω, aunque este no es el caso en nuestro problema.

En ambos casos los calentamientos de los hilos que se utilizan para hacer la conexión deben ser uniformes e iguales para que efectivamente funcione correctamente la compensación.