Universidad Carlos III de Madrid

OpenCourseWare

Matemáticas para la Economía I (Grados Empresa)

Paula Rosado Jiménez

Teoremas de continuidad

- Muy importante conocer su enunciado. Lo piden en los exámenes. Puedes aprender este o el que te han dado en tu clase de la Universidad. Ambos son válidos.
- Debes saber aplicarlos a funciones:
  1. Antes de nada, debes comprobar las hipótesis o condiciones.
  2. Una vez que se hayan verificado las hipótesis, podrás afirmar la tesis o conclusión
  3. En la academia haremos hincapié en la argumentación que debes dar para no caer en contradicciones.

Teorema de Bolzano

Si f es una función:

1º) Continua en el intervalo cerrado [a,b]

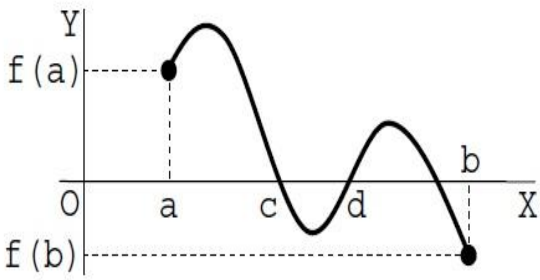
2º) f(a)>0 y (b)<0, o viceversa

HIPOTESIS

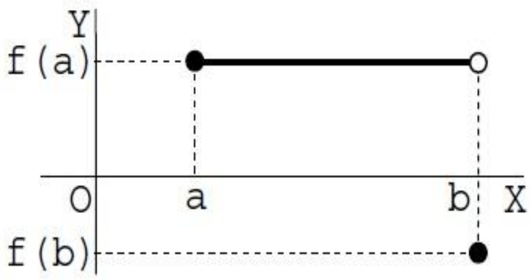
Entonces existe al menos un c en el intervalo abierto (a,b) tal que f(c)=0. TESIS

Significado geométrico: Si la función f es continua y cambia de signo, entonces su gráfica cortará necesariamente al eje de abscisas en al menos un punto entre a y b.

Es importante darse cuenta de que la función debe ser continua en el intervalo cerrado [a,b]. La siguiente función es continua en el intervalo [a,b) y su gráfica no corta al eje de abscisas



Cumple las hipótesis de Bolzano



No cumple la hipótesis de continuidad en [a,b]

Teorema de los valores intermedios o Propiedad de Darboux

Si f es una función:

1º) Continua en el intervalo cerrado [a,b]

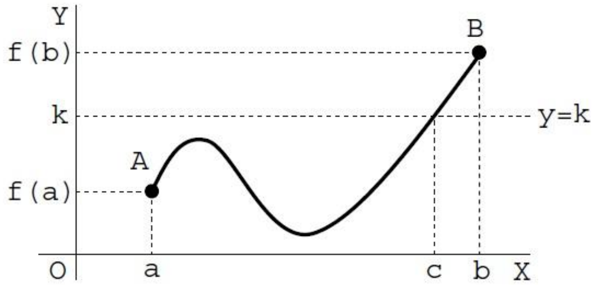
2º) Existe un número real k comprendido entre f(a) y f(b)

HIPOTESIS

Entonces existe algún valor c en el intervalo abierto (a,b) tal que f(c)=k.

TESIS

Significado geométrico: Si la función es continua y su gráfica pasa del punto A al punto B, cortará necesariamente a la recta y=k en al menos un punto de abscisa comprendida entre a y b:



Teorema de Weierstrass

Si f es una función:

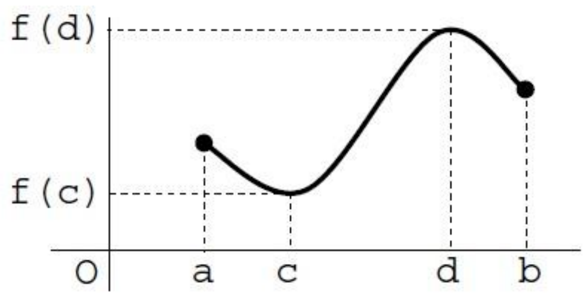
Continua en el intervalo cerrado [a,b]

HIPOTESIS

Entonces alcanza en dicho intervalo un máximo y un mínimo absolutos

TESIS

Significado geométrico: Si la función f es continua en el intervalo cerrado [a,b], entonces existen c y d en dicho intervalo tales que: f(c)≥f(x)≥f(d) con x perteneciente al intervalo [a,b]:



Si nos piden calcular los extremos absolutos de una función continua en un intervalo cerrado, se procede de la siguiente manera:

1. Calculamos los valores de f en los extremos del intervalo.
2. Calculamos los valores de f en los extremos relativos (derivando, igualando a cero, etc.) contenidos en el intervalo.
3. Comparamos los valores obtenidos en los dos puntos anteriores, lo que nos permite establecer los extremos absolutos de la función.