

# Ingeniería de Control II

## Tema 1: Transformada Z de sistemas en tiempo discreto

D. Copaci, C. Monje, M. Malfaz, J. Muñoz,  
L. Moreno, S. Garrido

2025

uc3m | Universidad **Carlos III** de Madrid  
OpenCourseWare



# Ejercicio 1

**Calcular la transformada z unilateral de la función rampa unitaria:**

$$x(t) = \begin{cases} t, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

**Tener en cuenta que la función se puede reescribir teniendo en cuenta el periodo de muestreo:  $x(kT) = kT$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$**

**Calcular la transformada z de la función sinusoidal:**

$$x(t) = \begin{cases} \sin \omega t, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

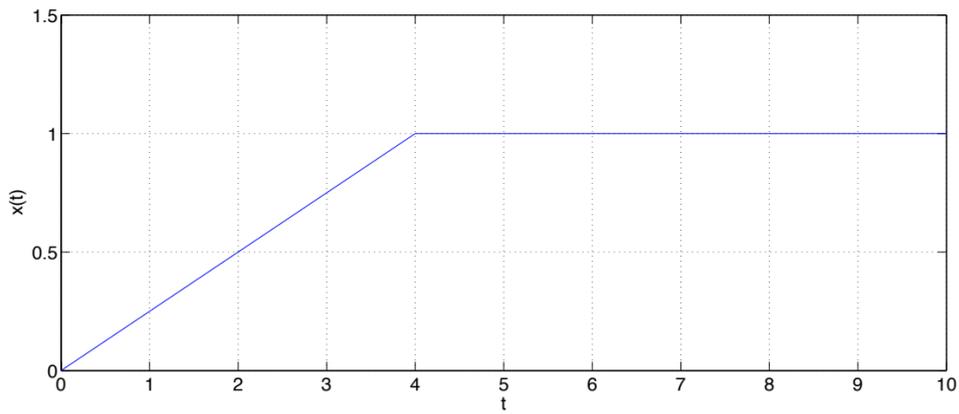
# Ejercicio 3

Calcular la transformada z de la función:

$$f(k) = \begin{cases} a^{k-1}, & k = 1, 2, 3, \dots \\ 0, & k \leq 0 \end{cases}$$

# Ejercicio 4

Obtener la transformada  $z$  de la curva mostrada en la figura suponiendo que el tiempo de muestreo  $T$  es 1 sg.



# Ejercicio 5

La función  $y(k)$  está compuesta por una suma de funciones  $x(h)$ , en donde  $h = 1, 2, 3, \dots, k$ , de tal forma que:

$$y(k) = \sum_{h=0}^k x(h) \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

donde  $y(k) = 0$  para  $k < 0$ . Obtener la transformada  $z$  de  $y(k)$ .

# Ejercicio 6

**Dadas las transformadas z de  $\sin wt$  y  $\cos wt$ , obtener la transformada z de  $e^{-\alpha t} \sin wt$  y  $e^{-\alpha t} \cos wt$  usando el teorema de la translación compleja.**

# Ejercicio 7

**Determinar el valor final  $x(\infty)$  utilizando el teorema del valor final:**

$$X(z) = \frac{1}{1-z^{-1}} - \frac{1}{1-e^{-aT}z^{-1}}, \quad a > 0$$

# Ejercicio 8

Encontrar  $x(k)$  para  $k = 1, 2, 3, 4, \dots$  cuando:

$$X(z) = \frac{10z + 5}{(z - 1)(z - 0,2)}$$

# Ejercicio 9

Obtener la transformada inversa de  $z$  para la siguiente expresión mediante expansión en fracciones parciales:

$$X(z) = \frac{z^2 + z + 2}{(z - 1)(z^2 - z + 1)}$$

# Ejercicio 10

**Obtener la transformada inversa de z para la siguiente expresión mediante expansión en fracciones parciales:**

$$X(z) = \frac{z + 2}{(z - 2)z^2}$$

# Ejercicio 11

**Obtener la transformada inversa de z para la siguiente expresión mediante división directa y mediante expansión en fracciones parciales:**

$$X(z) = \frac{z(z + 2)}{(z - 1)^2}$$

# Ejercicio 12

Resolver la siguiente ecuación en diferencia utilizando el método de la transformada z:

$$x(k + 2) + 3x(k + 1) + 2x(k) = 0, \quad x(0) = 0, \quad x(1) = 1$$

# Ejercicio 13

**Resolver la siguiente ecuación en diferencias utilizando el método de la transformada z dejando el resultado en función de  $x(0)$  y  $x(1)$ :**

$$x(k + 2) + (a + b)x(k + 1) + abx(k) = 0$$

donde a y b son constantes y  $k = 0, 1, 2, \dots$

# Ejercicio 14

Resolver la siguiente ecuación en diferencias:

$$2x(k) - 2x(k - 1) + x(k - 2) = u(k)$$

$$u(k) = \begin{cases} 1, & k = 0, 1, 2, 3, \dots \\ 0, & k < 0 \end{cases}$$

donde  $x(k) = 0$  para  $k < 0$ .