Ingeniería de Control II

Problemas Tema 9:
Control por realimentación de estado

D. Copaci, C. Monje, M. Malfaz, J. Muñoz,
L. Moreno, S. Garrido

17 de febrero de 2025

uc3m | Universidad Carlos III de Madrid
OpenCourseWare

Ejercicio 1

Dado el sistema:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} u(k)$$

determinar la secuencia u(0), u(1), u(2) para que el sistema pase del estado $(0, 1, 0)^T$ **en el instante 0 al estado** $(1, 1, 2)^T$ **en el instante 3.**

Ejercicio 2

Dado el sistema:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(k)$$

determinar la secuencia u(o), u(1), u(2) para que el sistema pase del estado $(0,0,0)^T$ en el instante 0 al estado $(3,2,2)^T$ en el instante 3.

Ejercicio 3

3) Dado el sistema:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(k)$$

$$\begin{bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix}$$

determinar si es completamente controlable en salida, y calcular la secuencia u(o), u(1), u(2) para que el sistema con estado inicial $(0,0,0)^T$ **tenga una salida** $y(k) = (2,2)^T$ **en el instante 3.**

¿Qué pasaría si el valor de C cambia y pasa a ser el siguiente?

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 4

Dado el sistema:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(k)$$

$$\begin{bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix}$$

determinar si es observable.

Ejercicio 5

Dado el sistema:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ -0{,}5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(k)$$

$$[y_1(k)] = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}$$

determinar los valores de las ganancias de la matriz K de realimentación de estado para que los polos en cadena cerrada del sistema estén en 0.2 y 0.5.

Ejercicio 6

Dado el sistema:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0{,}5 & 0{,}5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(k)$$

$$[y_1(k)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix}$$

determinar los valores de las ganancias de la matriz K de realimentación de estado para que los polos en cadena cerrada del sistema estén en -0.8, -0.6 y 0.5.

Ejercicio 7

Determinar la observabilidad del sistema definido por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} u(k)$$

$$[y_1(k)] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix}$$

Ejercicio 8

Determinar la observabilidad del sistema definido por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & -0{,}8 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k)$$

$$[y_1(k)] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix}$$

Dado el sistema definido por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0{,}5 \\ 0{,}2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(k)$$

$$[y_1(k)] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}$$

Determinar los valores de la matriz K de realimentación de estado para que los polos en cadena cerrada del sistema estén en $p_{1,2} = 0{,}6 \pm j0{,}6$**.**

Ejercicio 10

Dado el sistema definido por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}3 & 0 \\ 1{,}1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(k)$$

$$[y_1(k)] = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}$$

Determinar por transformación los valores de la matriz K de realimentación de estado para que los polos en cadena cerrada del sistema estén en $p_{1,2} = 0{,}6 \pm j0{,}6$**. Para ello hay que pasar primero el sistema a la forma canónica controlable.**

Ejercicio 11

Dado el sistema definido por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0{,}5 \\ 0{,}2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \end{bmatrix}$$

$$[y_1(k)] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}$$

Determinar los valores de la matriz K de realimentación de estado para que los polos en cadena cerrada del sistema estén en $p_{1,2} = 0{,}6 \pm j0{,}6$.