

OpenCourseWare

TEORÍA DE MÁQUINAS

CRISTINA CASTEJÓN SISAMÓN

EDUARDO CORRAL ABAD

RAÚL GISMEROS MORENO

MARIA JESÚS GÓMEZ GARCÍA

JESÚS MENESES ALONSO

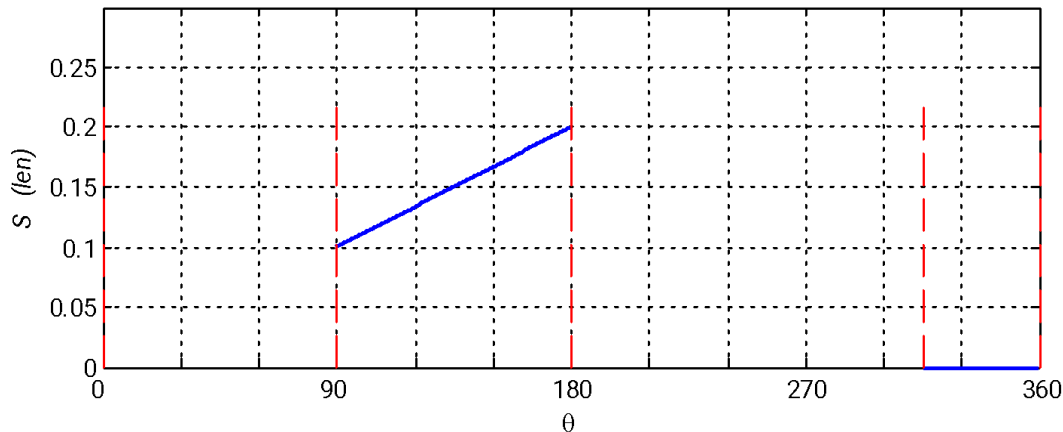
HIGINIO RUBIO ALONSO

ABRAHAM VADILLO MORILLAS

Ejercicios de Mecanismos de levas



1. En un proceso de fabricación se necesita realizar un movimiento de velocidad constante. Este movimiento se consigue utilizando una leva de rotación con un seguidor transnacional de rodillo, cuyo radio es de 10 mm. No hay excentricidad. La sección de velocidad constante debe tener lugar entre las posiciones de la leva de $\theta = 90^\circ$ a $\theta = 180^\circ$, como se ve en el diagrama de desplazamiento, cuando la longitud de L cambia de h a 2h. Se pedirá diseñar las funciones de subida ($\theta = 0^\circ$ a 90°) y de retorno ($\theta = 180^\circ$ a 315°) para las secciones determinadas de manera que se satisfaga la ley de continuidad para S, V and A. En el tramo $\theta = 315^\circ$ a 360° se produce una detención.



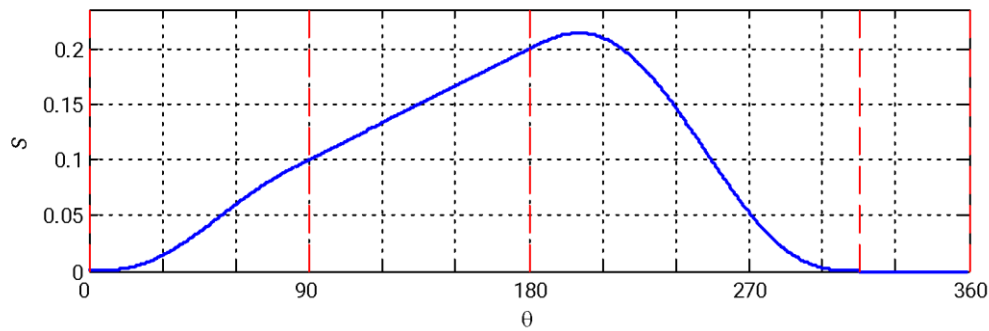
La leva se encuentra rotando con una velocidad angular de 1 rev/s, tiene un radio base de 0.2m, y $h = 0.1\text{m}$

Se recomienda utilizar funciones polinómicas de 5º orden, utilice la siguiente notación: $s = C_0 + C_1 \left(\frac{\theta}{\beta}\right) + C_2 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 + C_3 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 + C_4 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4 + C_5 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^5$,

Y note que: $[1 \ 1 \ 1 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 12 \ 20]^{-1} = [10 \ -4 \ 1/2 \ -15 \ 7 \ -1 \ 6 \ -3 \ 1/2]$

- a) Calcular la velocidad de salida del seguidor durante el tramo (evento) de velocidad constante, en términos de longitud/sec (V) y longitud/rad (v).
- b) Diseñe en polinomio de 5º orden para el evento de subida a partir de los requerimientos dados.
- c) Diseñe en polinomio de 5º orden para el evento de retorno a partir de los requerimientos dados.
- d) Calcule la ecuación del tramo de velocidad constante
- e) Calcular el ángulo donde se produce el valor absoluto máximo de velocidad durante el evento de retorno, θ_m , y exprese el valor y signo de dicha velocidad en términos de longitud/sec (V) y longitud/rad (v).
- f) Calcular el ángulo de presión en θ_m .
- g) Calcular el radio de curvatura en θ_m .

SOLUCIÓN



A) Calcular la velocidad de salida del seguidor durante el tramo (evento) de velocidad constante, en términos de longitud/sec (V) y longitud/rad (v).

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta \theta} = \frac{2h}{\pi} = \frac{0,2}{\pi} \text{ m/rad} \quad \omega = 1 \text{ rev/s} = 2\pi \text{ rad/s} \quad ; \quad V = v\omega = 0,4 \text{ m/s}$$

B) Diseñe en polinomio de 5º orden para el evento de subida a partir de los requerimientos dados.

RANGO: $0^\circ - 90^\circ$; $\beta_1 = \pi/2$

$$\begin{aligned} s_1 &= C_0 + C_1 \left(\frac{\theta}{\beta}\right) + C_2 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 + C_3 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 + C_4 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4 + C_5 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^5 v_1 \\ &= \frac{1}{\beta_1} \left(C_1 + 2C_2 \left(\frac{\theta}{\beta}\right) + 3C_3 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 + 4C_4 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 + 5C_5 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4 \right) a_1 \\ &= \frac{1}{\beta_1^2} \left(2C_2 + 6C_3 \left(\frac{\theta}{\beta}\right) + 12C_4 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 + 20C_5 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 \right) \end{aligned}$$

$$s_1(0) = 0 \Rightarrow C_0 = 0$$

$$v_1(0) = 0 \Rightarrow C_1 = 0$$

$$a_1(0) = 0 \Rightarrow C_2 = 0$$

$$\begin{aligned} s_1 \left(\frac{\theta}{\beta}\right) &= s_1(1) = C_3 + C_4 + C_5 = h = 0,1 v_1(1) = \frac{2h}{\pi} = \frac{1}{\beta_1} (3C_3 + 4C_4 + 5C_5) \Rightarrow (3C_3 + 4C_4 + 5C_5) = h \\ &= 0,1 a_1 = \frac{1}{\beta_1^2} (6C_3 + 12C_4 + 20C_5) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [1 \ 1 \ 1 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 12 \ 20] [C_3 \ C_4 \ C_5] &= [0,1 \ 0,1 \ 0] \Rightarrow [C_3 \ C_4 \ C_5] \\ &= [10 \ -4 \ 1/2 \ -15 \ 7 \ -1 \ 6 \ -3 \ 1/2] [0,1 \ 0,1 \ 0] \Rightarrow [C_3 \ C_4 \ C_5] = [0,6 \ -0,8 \ 0,3] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s_1 &= 0,6 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 - 0,8 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4 + 0,3 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^5 v_1 = \frac{2}{\pi} \left(1,8 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 - 3,2 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 + 1,5 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4 \right) a_1 \\ &= \frac{4}{\pi^2} \left(3,6 \left(\frac{\theta}{\beta}\right) - 9,6 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 + 6 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 \right) \end{aligned}$$

Confirmar que $s(0)$, $v(0)$, $a(0)$, y $s(1)$, $v(1)$, $a(1)$ coinciden con los valores requeridos.

c) Diseñe en polinomio de 5º orden para el evento de retorno a partir de los requerimientos dados.

$$\text{RANGO: } 180^\circ - 315^\circ; \beta_3 = 3\pi/4$$

$$s_3(0) = 2h \Rightarrow E_0 = 2h = 0,2$$

$$v_3(0) = 0,2/\pi \Rightarrow E_1/\beta_3 = 0,2/\pi \Rightarrow E_1 = 0,15$$

$$a_3(0) = 0 \Rightarrow E_2 = 0$$

$$\begin{aligned} s_3\left(\frac{\theta}{\beta}\right) = s_1(1) = 0 &\Rightarrow E_0 + E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + E_5 = 0 \quad \Rightarrow 0,35 + E_3 + E_4 + E_5 = 0 = \\ &> E_3 + E_4 + E_5 = -0,35 \\ v_3(1) = 0 &\Rightarrow \frac{4}{3\pi}(0,15 + 3E_3 + 4E_4 + 5E_5) = 0 \Rightarrow 3E_3 + 4E_4 + 5E_5 \\ &= -0,15 \\ a_3(1) = 0 &\Rightarrow 6E_3 + 12E_4 + 20E_5 = 0 \end{aligned}$$

$$[1 \ 1 \ 1 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 12 \ 20] [E_3 \ E_4 \ E_5] = [-0,35 \ -0,15 \ 0] \Rightarrow [E_3 \ E_4 \ E_5] = [-2,9 \ 4,2 \ -1,65]$$

$$\begin{aligned} s_3 &= 0,2 + 0,15\left(\frac{\theta}{\beta}\right) - 2,9\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 + 4,2\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4 - 1,65\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^5 \\ v_3 &= \frac{4}{3\pi}\left(0,15 - 8,7\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 + 16,8\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 - 8,25\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4\right) a_3 \\ &= \frac{16}{9\pi^2}\left(-17,4\left(\frac{\theta}{\beta}\right) + 50,4\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 - 33\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3\right) \end{aligned}$$

Confirmar que $s(0)$, $v(0)$, $a(0)$, y $s(1)$, $v(1)$, $a(1)$ coinciden con los valores requeridos.

d) Calcule la ecuación del tramo de velocidad constante

$$s_2 = D_0 + D_1\left(\frac{\theta}{\beta}\right)$$

$$s_2(0) = h \Rightarrow D_0 = h = 0,1$$

$$s_2(1) = 2h \Rightarrow 2h = h + D_1 \text{ so } D_1 = h = 0,1$$

$$s_2 = 0,1 + 0,1\left(\frac{\theta}{\beta}\right)$$

e) Calcular el ángulo donde se produce el valor absoluto máximo de velocidad durante el evento de retorno, θ_m , y exprese el valor y signo de dicha velocidad en términos de longitud/sec (V) y longitud/rad (v).

$$\text{De } a_3: -33\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 + 50,4\left(\frac{\theta}{\beta}\right) - 17,4 = 0$$

Resolviendo la ecuación se obtiene: $\theta/\beta = 0,5273$

$$\text{Si } \theta/\beta = 0,5273; \frac{\theta_3}{\beta_3} = \frac{\theta_m - \theta_{0-3}}{\beta_3} = 0,5273; \theta_m = 251,18^\circ$$

Donde θ_{0-3} es el ángulo inicial del tramo 3 (180°)

$$v_3(0,5273) = \frac{4}{3\pi}(0,15 - 8,7(0,5273)^2 + 16,8(0,5273)^3 - 8,25(0,5273)^4) = -0,188 \text{ m/rad}$$

$$V_3 = v_3 \omega = -0,188 \cdot 2\pi = -1,18 \text{ m/s}$$

f) Calcular el ángulo de presión en θ_m . ($\theta_3/\beta_3 = 0.5273$)

$$\varphi = \arctan \left(\frac{v - \varepsilon}{s + \sqrt{R_p^2 - \varepsilon^2}} \right)$$

El valor de excentricidad (ε) es cero. R_p (radio primitivo) es $R_p = R_b + R_r$ (suma del radio base y radio del rodillo) = $0.2 \text{ m} + 0.01 \text{ m} = 0.21 \text{ m}$.

v en m/rad), $v_3(0.5273) = -0.188$.

$s_3(0.5273) = 0.11 \text{ m}$

$\phi = -29,6^\circ$ (En el límite permitido para una leva de seguidor de traslación)

g) Calcular el radio de curvatura en θ_m .

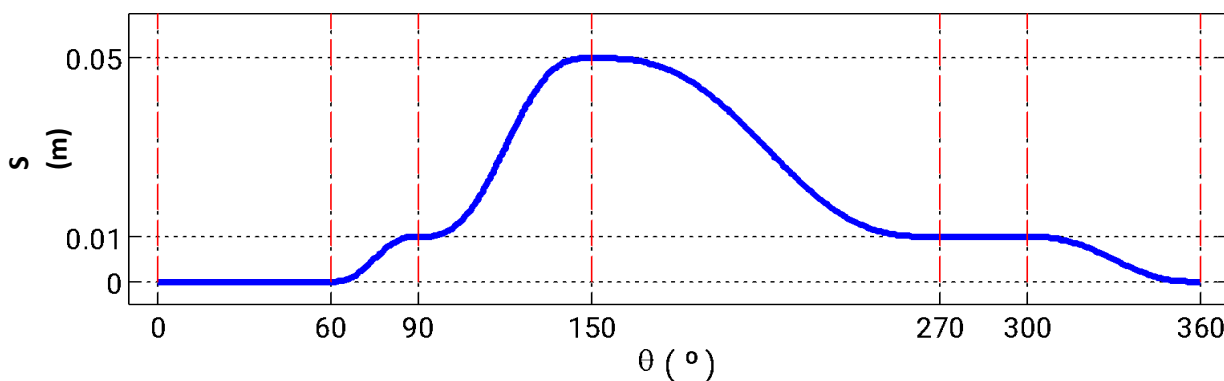
$$\rho_{paso} = \frac{[(R_p + s)^2 + v^2]^{3/2}}{(R_p + s)^2 + 2v^2 - a(R_p + s)} \quad (v \text{ y } a \text{ en términos de } \text{m/rad} \text{ y } \text{m/rad}^2)$$

$a_3(0.5273) = 0$.

$\rho_{paso} = 0.29 \text{ m}$

$R_r \ll \rho_{paso}$ Así que el perfil en ese punto es válido. Para validar todo el perfil, habría que calcular el radio de paso mínimo y ver si es válido.

- Se quiere diseñar un mecanismo de leva seguidor formado por una leva de rotación de radio base 0.1 m, y seguidor lineal de rodillo con radio 2.5 cm. La función de desplazamiento en función del perfil de la leva es de la forma que se presenta en la siguiente figura. Responda a los siguientes apartados:



- Para el tramo 3 (s_3) se ha utilizado una función cicloidal. Calcular el máximo valor absoluto de la velocidad (en m/rad), y el valor del ángulo de la leva donde se encuentra ese valor θ_{max} .

b) Considerando que la velocidad de rotación de la leva es de 20 r.p.m., Calcular el valor de la velocidad lineal del seguidor para el ángulo obtenido en el apartado a).

c) Para el tramo 6 (s_6) se decide utilizar un polinomio de 5º orden del tipo:

$$s_6 = C_0 + C_1 \left(\frac{\theta_6}{\beta_6} \right) + C_2 \left(\frac{\theta_6}{\beta_6} \right)^2 + C_3 \left(\frac{\theta_6}{\beta_6} \right)^3 + C_4 \left(\frac{\theta_6}{\beta_6} \right)^4 + C_5 \left(\frac{\theta_6}{\beta_6} \right)^5$$

Calcular los coeficientes de dicho polinomio de manera que se garanticen las condiciones de continuidad en posición, velocidad y aceleración.

Para el cálculo de los coeficientes puede utilizar: $[1 \ 1 \ 1 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 12 \ 20]^{-1} = [10 \ -4 \ 0.5 \ -15 \ 7 \ -1 \ 6 \ -3 \ 0.5]$

d) Calcular el radio de curvatura de la leva para el ángulo
 $\theta = 45^\circ \mid \rho \mid_{45^\circ}$

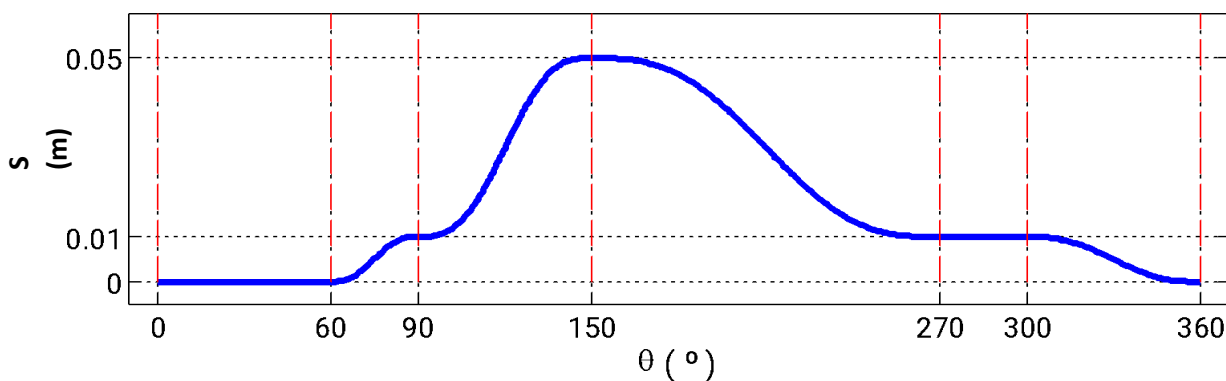
$\mid \rho \mid_{45^\circ}$

e) El valor máximo del ángulo de presión tiene lugar en
 $\theta = 120^\circ$. Calcular dicho valor y razonar si es aceptable el
 diseño de la leva en función del valor obtenido.

$\mid \varphi \mid_{120^\circ}$	
---------------------------------	--

SOLUCIÓN: PROBLEMA LEVAS

Se quiere diseñar un mecanismo de leva seguidor formado por una leva de rotación de radio base 0.1 m, y seguidor lineal de rodillo con radio 2.5 cm. La función de desplazamiento en función del perfil de la leva es de la forma que se presenta en la siguiente figura. Responda a los siguientes apartados:



a) Para el tramo 3 (s_3) se ha utilizado una función cicloidal. Calcular el máximo valor absoluto de la velocidad (en m/rad), y el valor del ángulo de la leva donde se encuentra ese valor θ_{max} .

Rb=0.1m

$$Rr=2.5\text{cm}=0.025\text{m}$$

$$[90^\circ, 150^\circ]$$

$$\frac{\theta}{\beta} = [0, 1]$$

$$B=60^\circ=\pi/3$$

$$\text{Función cicloidal } Li=0.01; L=0.04$$

$$S = Li + L\left[\frac{\theta}{\beta} - \frac{1}{2\pi}\left(\frac{2\pi\theta}{\beta}\right)\right]$$

$$v = \frac{dS}{d\theta} = L\left[\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\beta}\cos\left(\frac{2\pi\theta}{\beta}\right)\right]$$

$$a = \frac{dv}{d\theta} = \frac{L2\pi}{\beta^2}\sin\left(\frac{2\pi\theta}{\beta}\right)$$

$$\text{Para } v_{3_max} : \rightarrow a=0 \rightarrow \sin\left(\frac{2\pi\theta}{\beta}\right)=0 \rightarrow \frac{2\pi\theta}{\beta}=n\pi \rightarrow \frac{\theta}{\beta}=\frac{n}{2}$$

n=0	n=1	n=2
$\frac{\theta}{\beta} = 0$	$\frac{\theta}{\beta} = 1/2$	$\frac{\theta}{\beta} = 1$

$$v(0)=v(1)=L/\beta - L/\beta=0$$

$$v(1/2)=L/\beta(1+1)=2L/\beta$$

$$v_{max}=2L/B=0.24/\pi=0.076\text{ m/rad}$$

$$\frac{\theta}{\beta}=1/2 \rightarrow \theta_{max}=4\pi/6=120^\circ$$

$v_{3_max} \text{ (m/rad)}$	<u>0.0764</u>
$\theta_{max} (^\circ)$	<u>120°</u>

b) Considerando que la velocidad de rotación de la leva es de 20 r.p.m., Calcular el valor de la velocidad lineal del seguidor para el ángulo obtenido en el apartado a).

$$V_3 = \frac{dS}{dt} = \frac{dS}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = w \frac{dS}{d\theta} = w v_3$$

$$20 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \frac{0.24 \text{ m}}{\pi \text{ rad}} \frac{\text{min}}{60 \text{ s}} = 0.16 \text{ m/s}$$

$V_{3_max} \text{ (m/sec)}$	0.1600
------------------------------	--------

c) Para el tramo 6 (s_6) se decide utilizar un polinomio de 5º orden del tipo:

$$s_6 = C_0 + C_1 \left(\frac{\theta_6}{\beta_6}\right) + C_2 \left(\frac{\theta_6}{\beta_6}\right)^2 + C_3 \left(\frac{\theta_6}{\beta_6}\right)^3 + C_4 \left(\frac{\theta_6}{\beta_6}\right)^4 + C_5 \left(\frac{\theta_6}{\beta_6}\right)^5$$

Calcular los coeficientes de dicho polinomio de manera que se garanticen las condiciones de continuidad en posición, velocidad y aceleración.

$$v_6(\theta/\beta) = \frac{1}{\beta_6} \left[C_1 + 2C_2 \left(\frac{\theta_6}{\beta_6}\right) + 3C_3 \left(\frac{\theta_6}{\beta_6}\right)^2 + 4C_4 \left(\frac{\theta_6}{\beta_6}\right)^3 + 5C_5 \left(\frac{\theta_6}{\beta_6}\right)^4 \right]$$

$$a_6(\theta/\beta) = \frac{1}{\beta_6^2} \left[2C_2 + 6C_3 \left(\frac{\theta_6}{\beta_6}\right) + 12C_4 \left(\frac{\theta_6}{\beta_6}\right)^2 + 20C_5 \left(\frac{\theta_6}{\beta_6}\right)^3 \right]$$

$$s_6(0) = 0.01 = C_0$$

$$s_6(1) = 0 = C_0 + C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5$$

$$v_6(0) = 0 = \frac{C_1}{\beta_6} \rightarrow C_1 = 0$$

$$v_6(1) = 0 = \frac{1}{\beta_6} [C_1 + 2C_2 + 3C_3 + 4C_4 + 5C_5]$$

$$a_6(0) = 0 = \frac{2C_2}{\beta_6^2} \rightarrow C_2 = 0$$

$$a_6(1) = 0 = \frac{1}{\beta_6^2} [2C_2 + 6C_3 + 12C_4 + 20C_5]$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 & 4 & 5 & 6 & 12 & 20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_3 & C_4 & C_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.01 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} C_3 & C_4 & C_5 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 10 & -4 & 1/2 & -15 & 7 & -1 & 6 & -3 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.01 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} C_3 & C_4 & C_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1 & 0.15 & -0.06 \end{bmatrix}$$

C_0	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
0.01	0	0	-0.1	0.15	-0.06

d) Calcular el radio de curvatura de la leva para el ángulo
 $\theta = 45^\circ \mid \rho \mid_{45^\circ}$

$\mid \rho \mid_{45^\circ}$	0.125m
-----------------------------	--------

Detenimiento $\rightarrow$

$$R_p = R_b + R_r = 0.1 + 0.025 = 0.125$$

$$S(45^\circ) = 0$$

$$V(45^\circ) = S' = 0$$

$$S''(45^\circ) = 0$$

$$\rho = \frac{[(R_p + s)^2 + (s')^2]^{3/2}}{(R_p + s)^2 + 2(s')^2 - (R_p + s)(s'')} = \frac{[(R_p)^2]^{3/2}}{(R_p)^2 + 0 - 0} = R_p = 0.125$$

e) El valor máximo del ángulo de presión tiene lugar en $\theta = 120^\circ$. Calcular dicho valor y razonar si es aceptable el diseño de la leva en función del valor obtenido.

$ \varphi _{120^\circ}$	26,12°
-------------------------	--------

$$\varphi = \arctan \arctan \left(\frac{s' - \varepsilon}{s + \sqrt{R_p^2 - \varepsilon^2}} \right) =$$

$$\arctan \arctan \left(\frac{s'}{s + \sqrt{R_p^2}} \right) \rightarrow$$

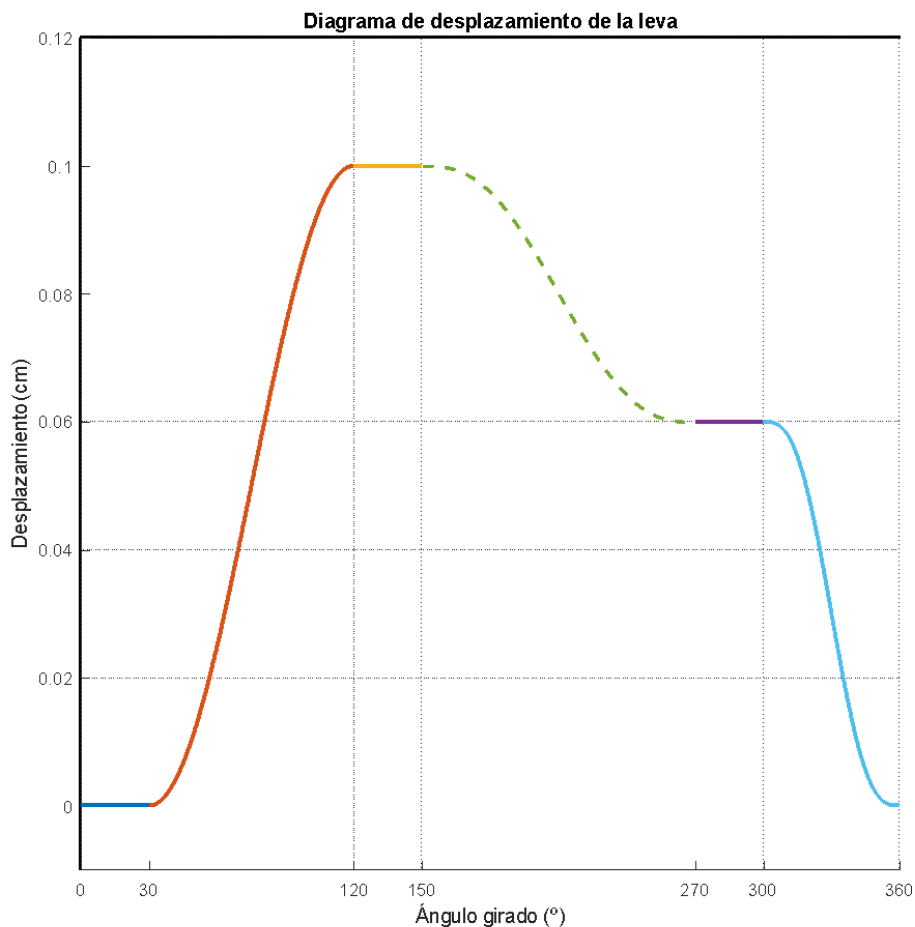
Tramo 3

$$\rightarrow \frac{\theta}{\beta} = 1/2$$

$$s'(120^\circ) = s'(\theta/\beta) = s'(1/2) = 0.076 \rightarrow s(1/2) = 0.03$$

$\varphi = 26,12^\circ \leq 30^\circ$ es aceptable

- Se quiere diseñar una leva de rotación con radio base 0.1 m, y un seguidor lineal de rodillo con radio 2 cm. En la figura se muestra el perfil de desplazamiento utilizado para verificar el perfil de la leva. Como parte de este problema se pedirá especificar o diseñar los tramos que faltan. Para el diseño se requerirá continuidad en las funciones de desplazamiento, velocidad y aceleración.



- a) Para el tramo número 2 se utiliza un perfil de tipo armónico. Calcular los valores de desplazamiento, velocidad (en m/rad) y aceleración (en m/rad²) en el final de esta sección (es decir, para $\theta = 120^\circ$).

$s_2 (120^\circ) \text{ (m)}$	$v_2 (120^\circ) \text{ (m/rad)}$	$a_2 (120^\circ) \text{ (m/rad}^2\text{)}$

- a) Para el tramo número 4, se utilizará un polinomio de 5° orden. Diseñar los coeficientes para esta sección, asegurando las condiciones de continuidad con los tramos vecinos. Utilizar la función polinómica de 5°-orden, de la forma:

$$s_a = C_0 + C_1 \left(\frac{\theta_a}{\beta_a} \right) + C_2 \left(\frac{\theta_a}{\beta_a} \right)^2 + C_3 \left(\frac{\theta_a}{\beta_a} \right)^3 + C_4 \left(\frac{\theta_a}{\beta_a} \right)^4 + C_5 \left(\frac{\theta_a}{\beta_a} \right)^5,$$

note que: $[1 \ 1 \ 1 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 12 \ 20]^{-1} = [10 \ -4 \ 0.5 \ -15 \ 7 \ -1 \ 6 \ -3 \ 0.5]$

C_0	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5

- b) Para el tramo 6 se ha utilizado una función cicloidal. Calcular el máximo valor absoluto de la velocidad (en m/rad), y el valor del ángulo de la leva donde se encuentra ese valor θ_{max}

$ v_{6_max} \text{ (m/rad)}$	
$\theta_{max} (^\circ)$	

- c) Considerando que la velocidad de rotación de la leva es de 20 r.p.m., Calcular el valor de la velocidad lineal del seguidor para el ángulo obtenido en el apartado c).

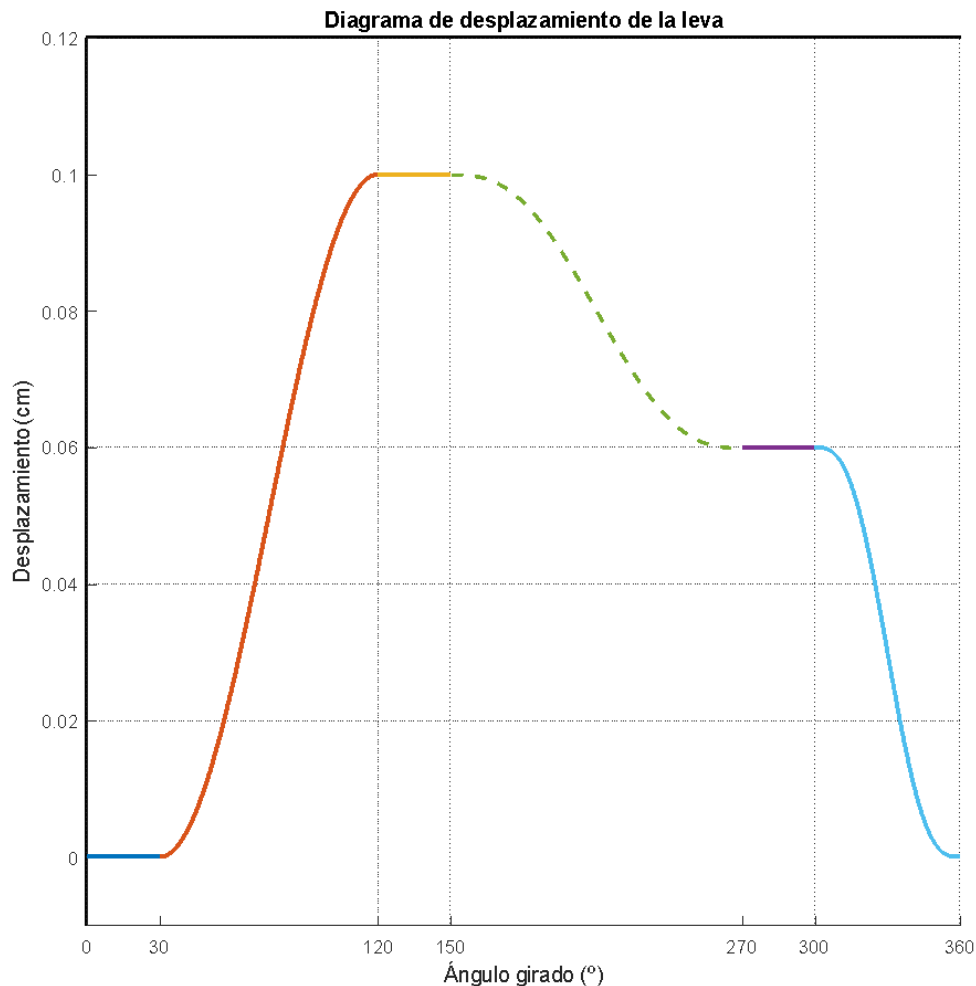
$ V_{6_max} \text{ (m/sec)}$	
--------------------------------	--

- e) Calcular el radio de curvatura de la leva para el ángulo $\theta = 130^\circ$

$ \rho_{130^\circ} $	
----------------------	--

SOLUCION: PROBLEMA LEVAS

Se quiere diseñar una leva de rotación con radio base 0.1 m, y un seguidor lineal de rodillo con radio 2 cm. En la figura se muestra el perfil de desplazamiento utilizado para verificar el perfil de la leva. Como parte de este problema se pedirá especificar o diseñar los tramos que faltan. Para el diseño se requerirá continuidad en las funciones de desplazamiento, velocidad y aceleración.



- a) Para el tramo número 2 se utiliza un perfil de tipo armónico. Calcular los valores de desplazamiento, velocidad (en m/rad) y aceleración (en m/rad²) en el final de esta sección (es decir, para $\theta = 120^\circ$).

Armónico $\rightarrow$ tramo 2 $\rightarrow \theta = [30, 120] \rightarrow \beta = 90^\circ = \pi/2$

Cuando $\rightarrow \theta = 120^\circ \rightarrow \theta/\beta = 1$

$$S_2\left(\frac{\theta}{\beta}\right) = Li + \frac{L}{2} \left[1 - \cos \cos \left(\frac{\pi\theta}{\beta} \right) \right] = 0 + \frac{0.1}{2} \left[1 - \cos \cos \left(\frac{\pi\theta}{\beta} \right) \right]$$

$$S_2(1) = \frac{0.1}{2} \left[1 - \cos \cos \left(\frac{\pi}{1} \right) \right] = 0.1 \text{ cm} = 0.001 \text{ m}$$

$$v_2(1) = \frac{0.1}{2} \left[\left(\frac{\pi\theta}{\beta} \right) \right] = 0 \frac{\text{m}}{\text{rad}}$$

$$a_2(1) = \frac{0.1}{2} \left[\cos \frac{\pi^2}{\beta^2} \cos \left(\frac{\pi\theta}{\beta} \right) \right] = \left[\frac{\pi^2}{(\pi/2)^2} \right] = -\frac{0.2cm}{rad^2} = -0.002 \frac{m}{rad^2}$$

$s_2 (120^\circ) (m)$	$v_2 (120^\circ) (m/rad)$	$a_2 (120^\circ) (m/rad^2)$
<u>0.001</u>	<u>0</u>	<u>-0.002</u>

En este tramo el perfil armónico no cumple la condición de continuidad en el perfil de aceleración.

- a) Para el tramo número 4, se utilizará un polinomio de 5° orden. Diseñar los coeficientes para esta sección, asegurando las condiciones de continuidad con los tramos vecinos. Utilizar la función polinómica de 5°-orden, de la forma:

$$s_a = C_0 + C_1 \left(\frac{\theta_a}{\beta_a} \right) + C_2 \left(\frac{\theta_a}{\beta_a} \right)^2 + C_3 \left(\frac{\theta_a}{\beta_a} \right)^3 + C_4 \left(\frac{\theta_a}{\beta_a} \right)^4 + C_5 \left(\frac{\theta_a}{\beta_a} \right)^5,$$

note que: $[1 \ 1 \ 1 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 12 \ 20]^{-1} = [10 \ -4 \ 0.5 \ -15 \ 7 \ -1 \ 6 \ -3 \ 0.5]$

$$s_4(\theta/\beta) = C_0 + C_1 \left(\frac{\theta_4}{\beta_4} \right) + C_2 \left(\frac{\theta_4}{\beta_4} \right)^2 + C_3 \left(\frac{\theta_4}{\beta_4} \right)^3 + C_4 \left(\frac{\theta_4}{\beta_4} \right)^4 + C_5 \left(\frac{\theta_4}{\beta_4} \right)^5$$

$$v_4(\theta/\beta) = \frac{1}{\beta_4} [C_1 + 2C_2 \left(\frac{\theta_4}{\beta_4} \right) + 3C_3 \left(\frac{\theta_4}{\beta_4} \right)^2 + 4C_4 \left(\frac{\theta_4}{\beta_4} \right)^3 + 5C_5 \left(\frac{\theta_4}{\beta_4} \right)^4]$$

$$a_4(\theta/\beta) = \frac{1}{\beta_4^2} [2C_2 + 6C_3 \left(\frac{\theta_4}{\beta_4} \right) + 12C_4 \left(\frac{\theta_4}{\beta_4} \right)^2 + 20C_5 \left(\frac{\theta_4}{\beta_4} \right)^3]$$

$$s_4(0) = 0.1 = C_0$$

$$v_4(0) = 0 = \frac{C_1}{\beta_4} \rightarrow C_1 = 0$$

$$a_4(0) = 0 = \frac{2C_2}{\beta_4^2} \rightarrow C_2 = 0$$

$$s_4(1) = 0.06 = C_0 + C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5 = 0.1 + 0 + 0 + C_3 + C_4 + C_5$$

$$v_4(1) = 0 = \frac{1}{\beta_4} [C_1 + 2C_2 + 3C_3 + 4C_4 + 5C_5] = \frac{1}{\beta_4} [3C_3 + 4C_4 + 5C_5]$$

$$a_4(1) = 0 = \frac{1}{\beta_4^2} [2C_2 + 6C_3 + 12C_4 + 20C_5] = \frac{1}{\beta_4^2} [6C_3 + 12C_4 + 20C_5]$$

$$\begin{aligned} [1 \ 1 \ 1 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 12 \ 20] [C_3 \ C_4 \ C_5] &= [-0.04 \ 0 \ 0] \Rightarrow [C_3 \ C_4 \ C_5] \\ &= [10 \ -4 \ 1/2 \ -15 \ 7 \ -1 \ 6 \ -3 \ 1/2] [-0.04 \ 0 \ 0] \Rightarrow [C_3 \ C_4 \ C_5] = [-0.4 \ 0.6 \ -0.24] \end{aligned}$$

C_0	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
<u>0.1</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>-0.4</u>	<u>0.6</u>	<u>-0.24</u>

- b) Para el tramo 6 se ha utilizado una función cicloidal. Calcular el máximo valor absoluto de la velocidad (en m/rad), y el valor del ángulo de la leva donde se encuentra ese valor θ_{max}

Función cicloidal

$$S = Li + L \left[\frac{\theta}{\beta} - \frac{1}{2\pi} \left(\frac{2\pi\theta}{\beta} \right) \right] = 0.06 - 0.06 \left[\frac{\theta_6}{\beta_6} - \frac{1}{2\pi} \left(\frac{2\pi\theta_6}{\beta_6} \right) \right]$$

$$v = \frac{dS}{d\theta} = L \left[\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\beta} \cos \left(\frac{2\pi\theta}{\beta} \right) \right] = -0.06 \left[\frac{1}{\beta_6} - \frac{1}{\beta_6} \cos \left(\frac{2\pi\theta_6}{\beta_6} \right) \right]$$

$$a = \frac{dv}{d\theta} = \frac{L\theta}{\beta^2} \sin \left(\frac{2\pi\theta}{\beta} \right) = -0.06 \frac{2\pi}{\beta_6^2} \sin \left(\frac{2\pi\theta_6}{\beta_6} \right)$$

$$\beta_6 = 360 - 300 = 60^\circ = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

Velocidad máxima cuando aceleración = 0 $\rightarrow \sin \left(\frac{2\pi\theta_6}{\beta_6} \right) = 0 \left\{ \frac{2\pi\theta_6}{\beta_6} = 0 \rightarrow \theta_6 = 0 (v \min) \right. \left. \frac{2\pi\theta_6}{\beta_6} = \pi \rightarrow \theta_6 = \frac{\beta_6}{2} = \pi/6 (v \max) \right.$

$$v_{max} = -0.06 \left[\frac{1}{\beta_6} - \frac{1}{\beta_6} \cos \left(\frac{2\pi\beta_6}{2\beta_6} \right) \right] = \frac{-0.18}{\pi} (1 - \cos(\pi)) = -0.1146 \text{ cm/rad}$$

$$\theta (^\circ) = \theta_6 (^\circ) + 300 = 330^\circ$$

$ v_{6_max} \text{ (m/rad)}$	<u>$-1.15 \cdot 10^{-3} \text{ m/rad}$</u>
$\theta_{max} (^\circ)$	<u>330°</u>

- c) Considerando que la velocidad de rotación de la leva es de 20 r.p.m., Calcular el valor de la velocidad lineal del seguidor para el ángulo obtenido en el apartado c).

$$w = 20 \text{ rpm} \frac{2\pi}{60} = 2.094 \text{ rad/s}$$

$$|V_{6_max}| \text{ (m/sec)} = w * |v_{6_max}| \text{ (m/rad)} = 0.24 \text{ m/s}$$

$ V_{6_max} $ (m/sec)	0.24
------------------------	------

e) Calcular el radio de curvatura de la leva para el ángulo
 $\theta = 130^\circ$

$ \rho_{130^\circ} $	0.22
----------------------	------

Tramo 3. detenimiento

$$S_3 = 0,1 \text{ cm} = 0.001 \text{ m}$$

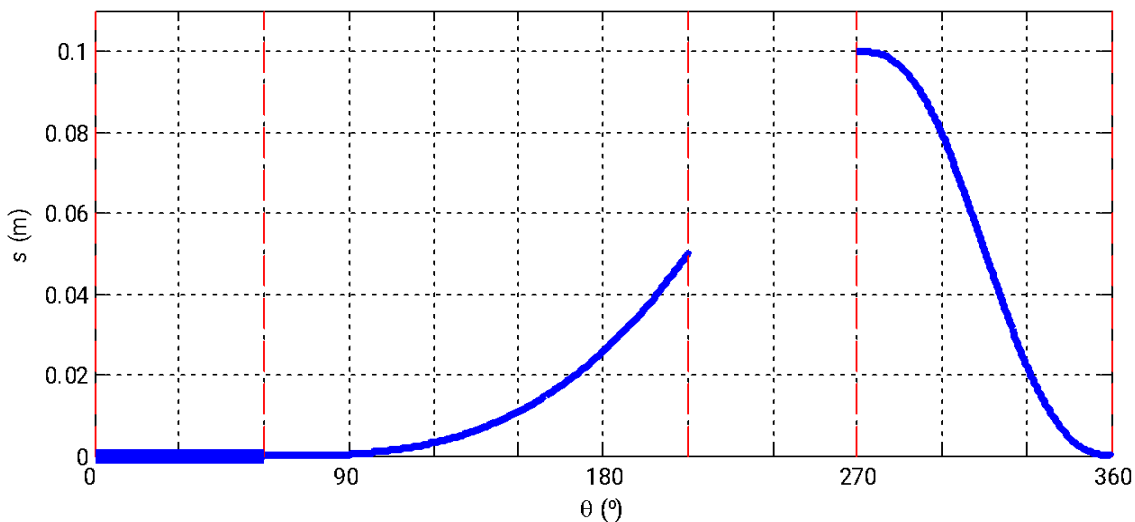
$$V_3 = 0$$

$$A_3 = 0$$

$$R_p = R_b + R_r = 0.1 + 0.02 = 0.12$$

$$\rho = \frac{[(R_p + s)^2 + (s')^2]^{3/2}}{(R_p + s)^2 + 2(s')^2 - (R_p + s)(s'')} = \frac{[(0.12 + 0.001)^2]^{3/2}}{(0.12 + 0.001)^2 + 0 - 0} = 0.121$$

4. Se quiere diseñar una leva de rotación con radio base 0.125 m, y un seguidor lineal de rodillo con radio 2.5 cm. En la figura se muestra parte del perfil de desplazamiento utilizado para verificar el perfil de la leva. Como parte de este problema se pedirá especificar o diseñar los tramos que faltan. Para el diseño se requerirá continuidad en las funciones de desplazamiento, velocidad y aceleración.



- a) Para el tramo número 2 se utiliza un perfil de tipo cúbico, que tiene la siguiente función de desplazamiento:

$$s_2 = k \left(\frac{\theta_2}{\beta_2} \right)^3$$

donde $k = 0.05$, y θ_2 es el ángulo local de la sección. Calcular los valores de desplazamiento, velocidad (en m/rad) y aceleración (en m/rad²) en el final de esta sección (es decir, para $\theta_2 = 150^\circ$).

$s_2 (150^\circ) \text{ (m)}$	$v_2 (150^\circ) \text{ (m/rad)}$	$a_2 (150^\circ) \text{ (m/rad}^2\text{)}$

- b) Para el tramo 4 se ha utilizado una función cicloidal. Calcular el máximo valor absoluto de la velocidad (en m/rad), y el valor del ángulo de la leva donde se encuentra ese valor θ_{max}

$v_{4_max} \text{ (m/rad)}$	
$\theta_{max} (^\circ)$	

- c) Considerando que la velocidad de rotación de la leva es de 20 r.p.m., Calcular el valor de la velocidad lineal del seguidor para el ángulo obtenido en el apartado b).

$V_{4_max} \text{ (m/sec)}$	
------------------------------	--

- d) Para el tramo número 3, se utilizará un polinomio de 5° orden. Diseñar los coeficientes para esta sección, asegurando las condiciones de continuidad con los tramos vecinos. Utilizar la función polinómica de 5°-orden, de la forma:

$$s_3 = C_0 + C_1 \left(\frac{\theta_3}{\beta_3} \right) + C_2 \left(\frac{\theta_3}{\beta_3} \right)^2 + C_3 \left(\frac{\theta_3}{\beta_3} \right)^3 + C_4 \left(\frac{\theta_3}{\beta_3} \right)^4 + C_5 \left(\frac{\theta_3}{\beta_3} \right)^5,$$

note que: $[1 \ 1 \ 1 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 12 \ 20]^{-1} = [10 \ -4 \ 0.5 \ -15 \ 7 \ -1 \ 6 \ -3 \ 0.5]$

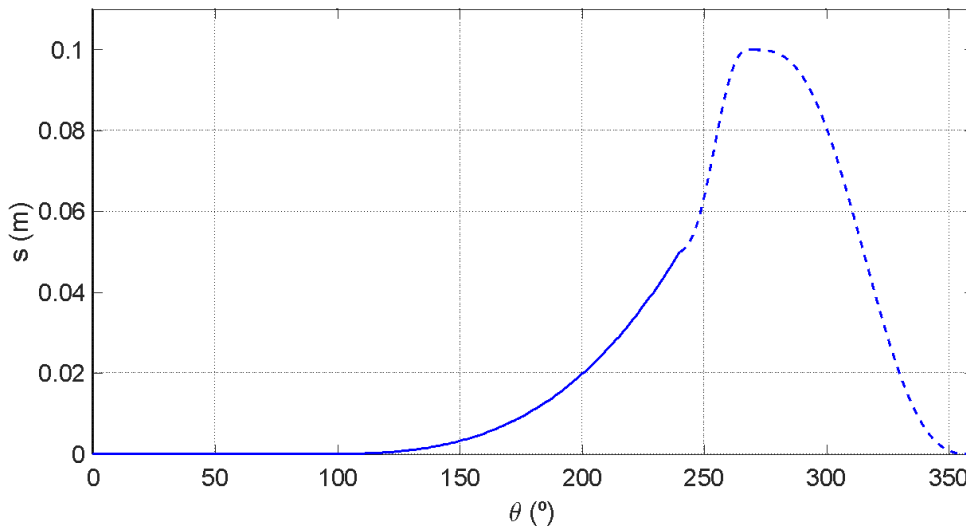
C_0	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5

- e) Calcular el radio de curvatura de la leva para el ángulo $\theta = 315^\circ \mid \rho \mid_{315^\circ}$

$\mid \rho \mid_{315^\circ}$	
------------------------------	--

SOLUCION PROBLEMA : LEVAS

Se quiere diseñar una leva de rotación con radio base 0.125 m, y un seguidor lineal de rodillo con radio 2.5 cm. En la figura se muestra parte del perfil de desplazamiento utilizado para verificar el perfil de la leva. Como parte de este problema se pedirá especificar o diseñar los tramos que faltan. Para el diseño se requerirá continuidad en las funciones de desplazamiento, velocidad y aceleración.



- a) Para el tramo número 2 se utiliza un perfil de tipo cúbico, que tiene la siguiente función de desplazamiento:

$$s_2 = k \left(\frac{\theta_2}{\beta_2} \right)^3$$

donde $k = 0.05$, y θ_2 es el ángulo local de la sección. Calcular los valores de desplazamiento, velocidad (en m/rad) y aceleración (en m/rad²) en el final de esta sección (es decir, para $\theta_2 = 150^\circ$).

$$\begin{aligned} s_2(150) &= k \left(\frac{\theta_2}{\beta_2} \right)^3 = k \left(\frac{5\pi/6}{5\pi/6} \right)^3 = 0.05 v_2(150) = k 3 \frac{1}{(5\pi/6)} \left(\frac{5\pi/6}{5\pi/6} \right)^2 = 0.057 a_2(150) \\ &= k 6 \frac{1}{5\pi/6} \frac{1}{5\pi/6} \left(\frac{5\pi/6}{5\pi/6} \right)^1 = 0.043 \end{aligned}$$

$s_2(150^\circ)$ (m)	$v_2(150^\circ)$ (m/rad)	$a_2(150^\circ)$ (m/rad ²)
<u>0.05</u>	<u>0.057</u>	<u>0.043</u>

- b) Para el tramo 4 se ha utilizado una función cicloidal. Calcular el máximo valor absoluto de la velocidad (en m/rad), y el valor del ángulo de la leva donde se encuentra ese valor θ_{max}

$$[270^\circ, 360^\circ] \quad \frac{\theta}{\beta} = [0, 1]$$

$$B = 90^\circ = \pi/2$$

$$\text{Función cicloidal } Li = 0.1 ; L = 0.1$$

$$S = Li - L \left[\frac{\theta}{\beta} - \frac{1}{2\pi} \left(\frac{2\pi\theta}{\beta} \right) \right]$$

$$v = \frac{dS}{d\theta} = -L \left[\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\beta} \cos \left(\frac{2\pi\theta}{\beta} \right) \right]$$

$$a = \frac{dv}{d\theta} = -\frac{L\theta}{\beta^2} \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi\theta}{\beta}\right)$$

Para v_{4_max} : $\rightarrow a=0 \rightarrow -\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi\theta}{\beta}\right)=0 \rightarrow \frac{2\pi\theta}{\beta}=n\pi \rightarrow \frac{\theta}{\beta} = \frac{n}{2}$

n=0	n=1	n=2
$\frac{\theta}{\beta} = 0$	$\frac{\theta}{\beta} = 1/2$	$\frac{\theta}{\beta} = 1$

$$v(0)=v(1)=-L/\beta + L/\beta=0$$

$$v(1/2) = -L/\beta(1+1) = -2L/\beta$$

$$v_{max} = -2L/\beta = -0.4/\pi = 0.1273 \text{ m/rad}$$

$$\frac{\theta}{\beta} = 1/2 \rightarrow \theta_{4max} = \pi/4 = 45^\circ \rightarrow \theta = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_{4max} = 315^\circ$$

$v_{4_max} \text{ (m/rad)}$	<u>-0.1273 m/rad</u>	
$\theta_{max} (^\circ)$	315 °	

- c) Considerando que la velocidad de rotación de la leva es de 20 r.p.m., Calcular el valor de la velocidad lineal del seguidor para el ángulo obtenido en el apartado b).

$$w = 20 \text{ rpm} \frac{2\pi}{60} = 2.094 \text{ rad/s}$$

$$|V_{6_max}| \text{ (m/sec)} = w * |v_{6_max}| \text{ (m/rad)} = \frac{2.094 \text{ rad}}{s} \frac{-0.1273 \text{ m}}{\text{rad}} = 0.2667 \text{ m/s}$$

$V_{4_max} \text{ (m/sec)}$	0.2667
------------------------------	--------

- d) Para el tramo número 3, se utilizará un polinomio de 5º orden. Diseñar los coeficientes para esta sección, asegurando las condiciones de continuidad con los tramos vecinos. Utilizar la función polinómica de 5º-orden, de la forma:

$$s_3 = C_0 + C_1 \left(\frac{\theta_3}{\beta_3}\right) + C_2 \left(\frac{\theta_3}{\beta_3}\right)^2 + C_3 \left(\frac{\theta_3}{\beta_3}\right)^3 + C_4 \left(\frac{\theta_3}{\beta_3}\right)^4 + C_5 \left(\frac{\theta_3}{\beta_3}\right)^5,$$

$$\beta_3 = 60^\circ = \pi/3$$

$$v_3(\theta/\beta) = \frac{1}{\beta_3} [C_1 + 2C_2 \left(\frac{\theta_3}{\beta_3}\right)^1 + 3C_3 \left(\frac{\theta_3}{\beta_3}\right)^2 + 4C_4 \left(\frac{\theta_3}{\beta_3}\right)^3 + 5C_5 \left(\frac{\theta_3}{\beta_3}\right)^4]$$

$$a_3(\theta/\beta) = (\theta/\beta) = \frac{1}{\beta_3^2} [2C_2 + 6C_3 \left(\frac{\theta_3}{\beta_3}\right) + 12C_4 \left(\frac{\theta_3}{\beta_3}\right)^2 + 20C_5 \left(\frac{\theta_3}{\beta_3}\right)^3]$$

$$s_3(0) = 0.05 = C_0$$

$$v_3(0) = 0.057 = \frac{C_1}{\beta_3} \rightarrow C_1 = 0.059$$

$$a_3(0) = 0.043 = \frac{2C_2}{\beta_3^2} \rightarrow C_2 = 0.0235$$

$$s_3(1)=0.1=C_0+C_1+C_2+C_3+C_4+C_5 \rightarrow C_3+C_4+C_5=-0.0325$$

$$v_3(1)=0=\frac{1}{\beta_3}[C_1+2C_2+3C_3+4C_4+5C_5] \rightarrow 3C_3+4C_4+5C_5=-C_1-2C_2=-0.106$$

$$a_3(1)=0=\frac{1}{\beta_3^2}[2C_2+6C_3+12C_4+20C_5] \rightarrow +6C_3+12C_4+20C_5=-2C_2=-0.047$$

$$\begin{aligned} [1 \ 1 \ 1 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 12 \ 20] [C_3 \ C_4 \ C_5] &= [-0.0325 \ -0.106 \ -0.047] \Rightarrow [C_3 \ C_4 \ C_5] \\ &= [10 \ -4 \ 1/2 \ -15 \ 7 \ -1 \ 6 \ -3 \ 1/2] [-0.0325 \ -0.106 \ -0.047] \Rightarrow [C_3 \ C_4 \ C_5] \\ &= [0.07 \ -0.198 \ 0.096] \end{aligned}$$

C_0	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
0.0500	0.059	0.0235	0.068	-0.198	0.096

e) Calcular el radio de curvatura de la leva para el ángulo
 $\theta = 315^\circ \mid \rho \mid_{315^\circ}$

$\mid \rho \mid_{315^\circ}$	0.184
------------------------------	-------

Tramo 4. $\rightarrow v_{4_max} \text{ (m/rad)} = -0.1273 \text{ m/rad en } \theta = 315^\circ \rightarrow \frac{\theta}{\beta} = 1/2$

$$s\left(\frac{1}{2}\right) = 0.1 - 0.1 \left[\frac{\theta}{\beta} - \frac{1}{2\pi} \left(\frac{2\pi\theta}{\beta} \right) \right] = 0.05$$

$$S_4=0,05 \text{ m}$$

$$V_4=-0.1273 \text{ m/rad}$$

$$A_4=0$$

$$R_p=R_b+R_r=0.125+0.025=0.15$$

$$\rho = \frac{\left[(R_p + s)^2 + (s')^2 \right]^{3/2}}{(R_p + s)^2 + 2(s')^2 - (R_p + s)(s'')} = \frac{\left[(0.15 + 0.05)^2 + (-0.127)^2 \right]^{3/2}}{(0.15 + 0.05)^2 + 2(-0.127)^2 - 0} = 0.184$$