

OpenCourseWare

Teoría de Máquinas

CRISTINA CASTEJÓN, EDUARDO CORRAL, RAÚL GISMEROS, MARIA JESÚS GÓMEZ,
JESÚS MENESES, HIGINIO RUBIO, ABRAHAM VADILLO

Choques y percusiones en pares cinemáticos

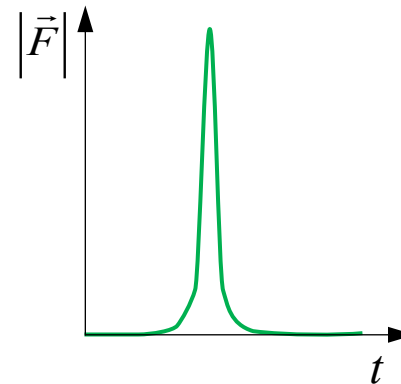
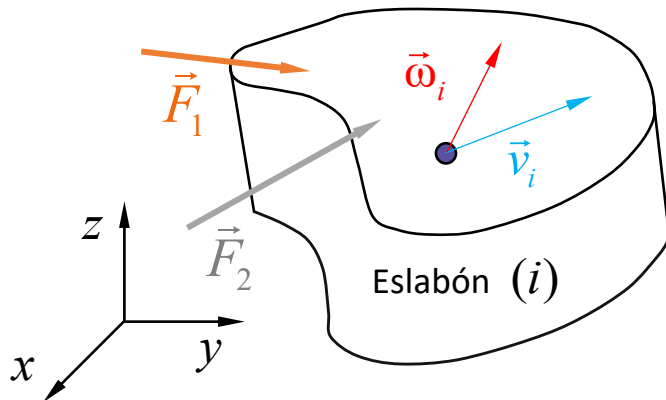
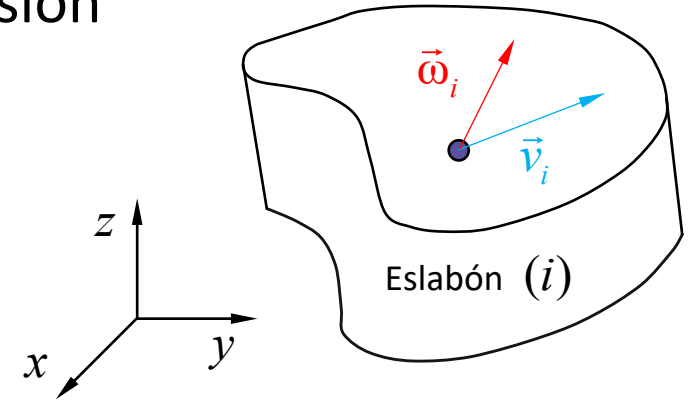


Índice

- Introducción: fuerzas impulsivas
 - Vector percusión
 - Vector impulso
- Teoremas de la dinámica aplicados a las percusiones
 - Teorema de la Cantidad de Movimiento
 - Teorema del Momento Cinético
 - Teorema de la Energía Cinética
- Choques: generalidades y clasificación
- Coeficiente de restitución

Fuerza impulsiva

- Un elemento de un sistema mecánico sufre una percusión cuando su campo de velocidades (lineales y angulares):
 - Sufre un cambio brusco
 - En un tiempo Δt extremadamente corto (casi instantáneo)
 - Sin variar su posición en el espacio
- Al sufrir la acción de un campo de fuerzas (conjunto $F_1, F_2, \dots, F_k$) durante ese instante de tiempo



$$|\vec{F}_i| \rightarrow \infty, \Delta t \rightarrow 0$$

Percusión e impulso

- Habitualmente, al aplicar una **fuerza** sobre un eslabón de una máquina, esta es aplicada de **manera continua** (en el sentido matemático) y se considera que las magnitudes cinemáticas (posiciones, velocidades y aceleraciones) y dinámicas (fuerzas que producen el movimiento) evolucionan de manera suave.
- Al aplicar una fuerza o un campo de fuerzas del tipo de una **percusión**:
 - La fuerza sufre un cambio brusco, en magnitud y dirección
 - La fuerza actúa en un tiempo extremadamente corto
 - La fuerza aplicada durante ese intervalo de tiempo tan corto no da lugar a un cambio aparente de posición en el espacio
- Para analizar y calcular la **evolución instantánea** de las **magnitudes mecánicas** en el eslabón **antes, durante y después** de aplicar fuerzas percusivas se deben plantear ciertas consideraciones sobre la aplicación de las leyes de la Mecánica.

Percusión e impulso

- **Percusión:** se entiende como una fuerza que alcanza un valor muy grande y que actúa durante un tiempo muy pequeño.

$$|\vec{F}| \rightarrow \infty, \Delta t \rightarrow 0$$

- Produce un cambio brusco en la velocidad del cuerpo sobre el que actúa (se asume que durante la percusión el sistema permanece inmóvil)
 - El resto de las fuerzas actuantes (no percusivas, como el peso) se desprecia en el intervalo Δt .
 - Suele aparecer más de una fuerza percusiva simultáneamente sobre el mismo cuerpo (ej.: fuerza externa y reacción en un apoyo)
- Al aplicar percusiones no se conoce con detalle su evolución durante el tiempo de aplicación, por lo que no se pueden aplicar de forma directa las leyes generales de la Mecánica.

Percusión e impulso

- Problema: conocer la variación de velocidad entre el tiempo de inicio de la percusión y el tiempo de fin de la percusión.
 - Durante el transcurso de la percusión se despreciarán todas las fuerzas no percusivas (pesos, rozamientos, etc.)
 - Solo se consideran variaciones de velocidad, no de posición.
- Solución: dado que la fuerza asociada a la percusión es de gran magnitud y dado que el tiempo de la percusión es muy pequeño, se define una magnitud para caracterizar la **percusión** que tienda a un **valor finito**:

$$|\vec{F}| \rightarrow \infty, \Delta t \rightarrow 0$$

$$\vec{P} = \int_{\Delta t} \vec{F} dt$$

- **Impulso**: incremento de la cantidad de movimiento debido a la percusión.

$$\vec{J} = \vec{F} dt$$

Teorema de la Cantidad de Movimiento

- Para una partícula: $\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$
- Integrando y teniendo en cuenta que $m = \text{cte.}$:

$$\int_1^2 \vec{F} dt = \int_1^2 m d\vec{v} \Rightarrow \vec{P} = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = \Delta\vec{p} \quad \vec{P} = \Delta\vec{p}$$

Donde v_1 y v_2 son las velocidades de la partícula antes y después del impacto, respectivamente

“La variación de la cantidad de movimiento de una partícula durante una percusión es igual al vector **percusión que actúa sobre ella”**

Teorema de la Cantidad de Movimiento

- Para un sistema de j partículas:

- Al sumar el resultado anterior a todas las partículas (Σ_j)

$$\sum_j \vec{P}_j = \sum_j m_j (\vec{v}_{j2} - \vec{v}_{j1}) \Rightarrow \underbrace{\sum_j \vec{P}_j^{INT}}_0 + \sum_j \vec{P}_j^{EXT} = \sum_j m_j \vec{v}_{j2} - \sum_j m_j \vec{v}_{j1}$$

- Las percusiones interiores se anulan (3ª Ley Newton).
- Las fuerzas no percusivas se desprecian (pesos, etc.).

- En el caso de un sólido rígido con masa M y centro de masas en el punto G

$$\sum_j \vec{P}_j^{EXT} = M (\vec{v}_{G2} - \vec{v}_{G1})$$

TCM: TEOREMA DEL CENTRO DE MASAS

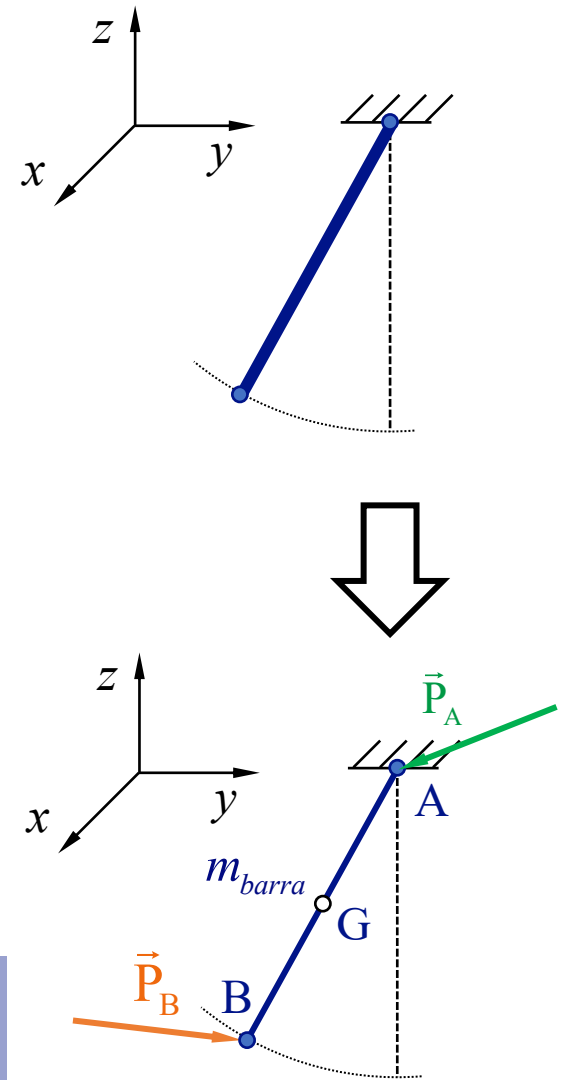
$$\sum_j \vec{P}_j^{EXT} = \Delta \vec{p}_G$$

“La variación de la cantidad de movimiento de un sistema de partículas durante una percusión es igual al vector **PERCUSIÓN TOTAL** (suma de las PERCUSIONES o impulsos externos) que actúa sobre el sistema”

Teorema de la Cantidad de Movimiento

- Para un sistema de j partículas:
 - Para el caso de un eslabón articulado de una máquina, la reducción a 2 partículas A y B se hace de la siguiente forma: normalmente una partícula (A) se coloca en el punto de la articulación y la otra (B) en el centro de percusión conjugado alrededor de G .
 - Pudiéndose reducir el sistema de percusiones que actúan sobre el eslabón al punto B , denominado centro de percusión, y a la reacción percusiva en el punto A de la articulación.
 - Se descompondrán las percusiones según el sistema de referencia

“La variación de la cantidad de movimiento en un eslabón articulado de una máquina durante una percusión es igual al vector PERCUSIÓN TOTAL en el punto de PERCUSIÓN y a la reacción PERCUSIVA en la articulación seleccionada”



Teorema del Momento Cinético

- Para un sistema de j partículas:
 - Al sumar el resultado anterior a todas las partículas (Σ_j), y considerando que el momento de las percusiones interiores se anula

$$\sum_j \vec{r}_j \times \vec{P}_j^{EXT} = \vec{L}_{O2} - \vec{L}_{O1}$$

“La variación del momento cinético respecto al punto fijo O de un sistema de partículas durante una percusión es igual al momento respecto a O del impulso EXTERNO (o suma de impulsos externos) que actúa sobre el sistema”

Teorema del Momento Cinético

Recordatorio: cálculo del momento cinético para un sólido rígido

- Si definimos un sistema de referencia ligado al sólido rígido y G es el centro de masas y punto fijo:

$$\vec{L}_G = [I]_G \vec{\omega}$$

- Donde $[I]_G$ es el tensor de inercia del sólido respecto a G :

$$[I]_G = \begin{pmatrix} I_x & -P_{xy} & -P_{xz} \\ -P_{xy} & I_y & -P_{yz} \\ -P_{xz} & -P_{yz} & I_z \end{pmatrix}$$

$$I_x = \int (y^2 + z^2) dm$$

$$P_{xy} = \int xy dm$$

Si el MC se calcula respecto a un punto fijo A que no es el centro de masas, se aplica el 1^{er} Teorema de König

$$\vec{L}_A = \vec{L}_G + \vec{AG} \times M\vec{v}_G$$

- Si un sólido rígido en rotación en torno a un punto fijo G recibe un conjunto de percusiones, dado que el sólido rígido no varía su posición durante la percusión, el TMC se puede escribir:

$$\sum_j \vec{r}_j \times \vec{P}_j^{EXT} = [I]_G (\vec{\omega}_2 - \vec{\omega}_1)$$

Teorema del Momento Cinético

Percusiones sobre sistemas indeformables en rotación respecto a un punto fijo O

- La aplicación de una percusión a un punto de un sólido rígido genera percusiones interiores que producen una variación instantánea de la velocidad de los puntos del sólido.
- Un sólido rígido que gira respecto a un punto fijo O con velocidad angular $\boldsymbol{\omega}$ y momento de inercia I genera un momento cinético L entre los instantes 1 y 2:

$$\begin{aligned}\vec{L}_{O,1} &= [I] \vec{\omega}_1 \\ \vec{L}_{O,2} &= [I] \vec{\omega}_2\end{aligned}\quad \vec{L}_{O,2} - \vec{L}_{O,1} = \sum_{i=1}^N \vec{r}_i \times \vec{p}_{ext}$$

$$[I][\vec{\omega}_2 - \vec{\omega}_1] = \sum_{i=1}^N \vec{r}_i \times \vec{p}_{ext}$$

Teorema de la Energía Cinética

- La expresión general de la energía cinética de un sistema indeformable (es decir, compuesto de sólidos rígidos), en un movimiento plano, es:

$$T = \frac{1}{2} m \vec{v}_G^2 + \frac{1}{2} I_{G,z} \omega^2$$

- Si el sólido (o sólidos) gira(n) en torno a un eje fijo (no hay traslación):

$$T = \frac{1}{2} I_{G,z} \omega^2$$

Teorema de la Energía Cinética

- Para un sistema de N partículas:

$$\Delta T = \sum_{j=1}^N \frac{1}{2} m_j \vec{v}_{j,2}^2 - \frac{1}{2} m_j \vec{v}_{j,1}^2 = \sum_{j=1}^N \frac{1}{2} m_j (\vec{v}_{j,2}^2 - \vec{v}_{j,1}^2)$$

- Según el Teorema de la Cantidad de Movimiento:
$$\sum_{j=1}^N \vec{P}_j = \sum_{j=1}^N \frac{1}{2} m_j (\vec{v}_{j,2} - \vec{v}_{j,1})$$

- Se tiene:
$$\Delta T = \sum_{j=1}^N \frac{1}{2} m_j (\vec{v}_{j,2} + \vec{v}_{j,1})(\vec{v}_{j,2} - \vec{v}_{j,1}) = \sum_{j=1}^N \vec{P}_j \frac{\vec{v}_{j,2} + \vec{v}_{j,1}}{2}$$

Teorema de la Energía Cinética

Energía cinética de las velocidades perdidas

- Se define la energía cinética de las velocidades perdidas T_w de un sólido a aquella disipada durante la percusión entre los instantes 1 y 2:

$$T_w = \sum_i \frac{1}{2} m_i (\vec{v}_{i,1} - \vec{v}_{i,2})^2$$

- Considerando:

$$T_w = \sum_i \frac{1}{2} m_i (\vec{v}_{i,1} - \vec{v}_{i,2})(\vec{v}_{i,1} - \vec{v}_{i,2}) \qquad \vec{P}_i^{EXT} = m_i (\vec{v}_{i,2} - \vec{v}_{i,1})$$

- Se tiene:

$$T_w = \sum_i \frac{\vec{P}_i^{EXT}}{2} (\vec{v}_{i,2} - \vec{v}_{i,1})$$

Teorema de la Energía Cinética

Teorema de Carnot

- Se considera un sólido rígido sobre el que se introducen bruscamente nuevos enlaces persistentes.
- **Un sistema material indeformable en movimiento, sujeto a enlaces esclerónomos (independientes del tiempo) e ideales, sobre el que se introducen bruscamente nuevos enlaces también esclerónomos e ideales y persistentes (se crean durante la percusión y persisten después de ella), sufre percusiones que reglan una disminución de su energía cinética cuyo valor es la energía cinética de las velocidades perdidas.**
- **La pérdida total de energía cinética de todas las masas de un sistema es igual a la suma de las energías cinéticas experimentadas por cada una de ellas, si su velocidad fuera la diferencia que ha perdido (velocidad inicial menos velocidad final).**

Teorema de la Energía Cinética

Energía cinética de las velocidades perdidas

$$\Delta T + T_w = \sum \left(\frac{\vec{v}_{i,2} + \vec{v}_{i,1}}{2} \right) \vec{P}_i^{EXT} + \sum \left(\frac{\vec{v}_{i,2} - \vec{v}_{i,1}}{2} \right) \vec{P}_i^{EXT} = \sum \vec{v}_{i,2} \cdot \vec{P}_i^{EXT}$$

- Si las percusiones son perpendiculares a las velocidades finales de los puntos donde están aplicadas (lo que ocurre en las reacciones percusivas de enlace), entonces la variación de la energía cinética es igual a la energía cinética de las velocidades perdidas:

$$\Delta T = -T_w \Rightarrow \sum \vec{v}_{i,2} \cdot \vec{P}_i^{EXT} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{v}_{i,2} \perp \vec{P}_i^{EXT}}$$

$$\sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i \vec{v}_{i,1}^2 - \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i \vec{v}_{i,2}^2 = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i (\vec{v}_{i,1} - \vec{v}_{i,2})^2$$

- Luego si la velocidad después de la percusión es perpendicular a la percusión se puede aplicar el Teorema de Carnot y, por lo tanto

$$\sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i \vec{v}_{i,1}^2 - \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i \vec{v}_{i,2}^2 = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_i (\vec{v}_{i,1} - \vec{v}_{i,2})^2$$

Choques

Generalidades y Clasificación

- **Choque:** fenómeno físico que tiene lugar cuando entran en contacto **dos cuerpos a y b** , de forma que se producen percusiones entre ellos en el punto de contacto.
 - En intervalos de tiempo tan cortos se desprecia la fuerza de la gravedad
 - La percusión de A sobre B es del mismo módulo, dirección y sentido opuesto a la de B sobre A:

$$\vec{P}_a = -\vec{P}_b$$

- La percusión neta es nula y por lo tanto se conserva la Cantidad de Movimiento durante el choque:

$$\vec{F}_{ab}^{choque} = -\vec{F}_{ba}^{choque} \Rightarrow \vec{P}^{EXT} = 0 \Rightarrow \Delta \vec{p} = 0 \Rightarrow m_a \vec{v}_{G,a_f} + m_b \vec{v}_{G,b_f} = m_a \vec{v}_{G,a_i} + m_b \vec{v}_{G,b_i}$$

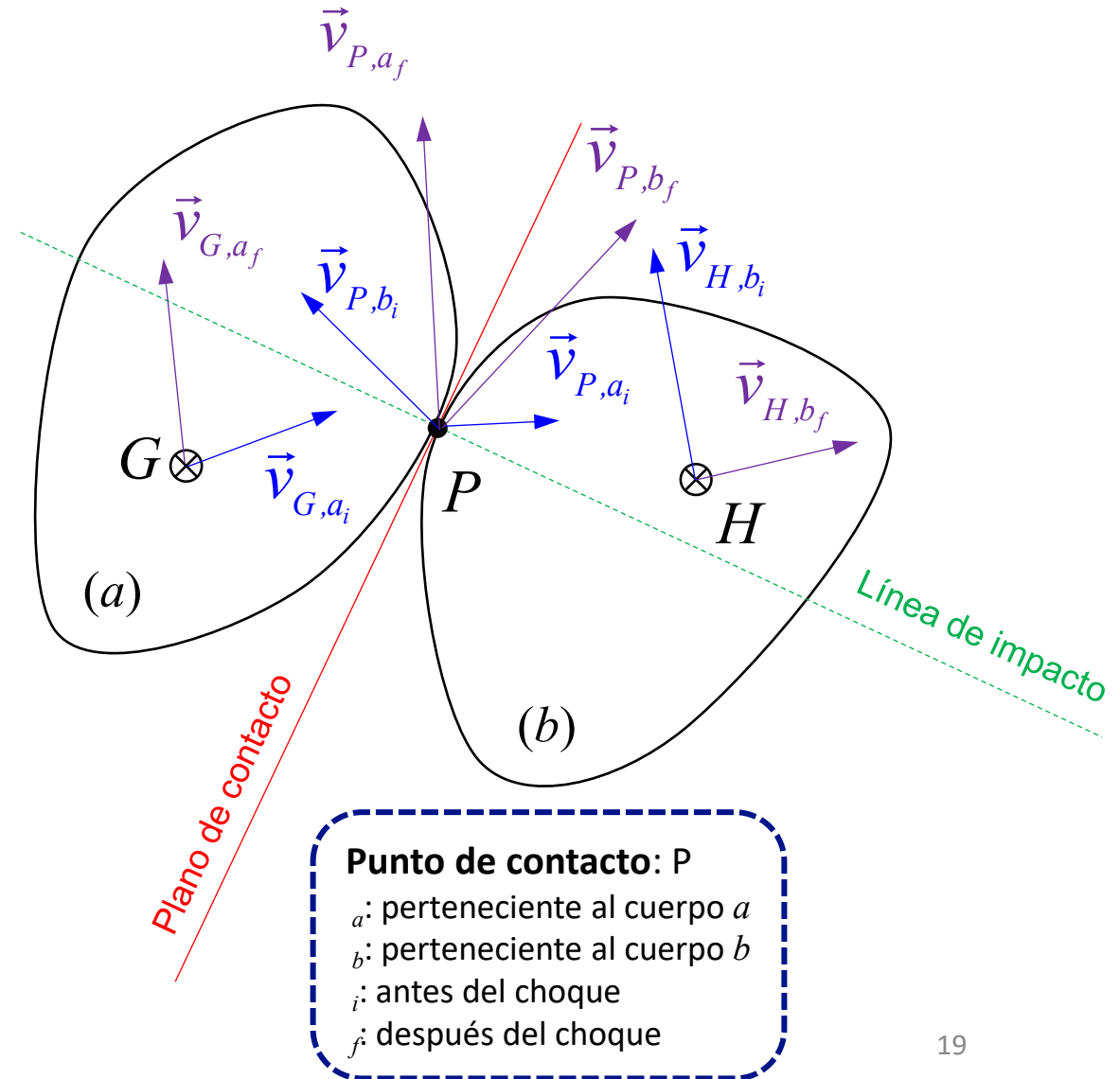
i : antes del choque; f : después del choque

- En un **choque elástico**, la energía de deformación-restitución de los cuerpos en el intervalo de la percusión (choque) es nula y, por tanto, **la energía mecánica se conserva**.
- Sin embargo, **la energía mecánica no se conserva si se dan deformaciones permanentes**

Choques

Generalidades y Clasificación

- Un **choque ideal** (sin rozamiento):
 - Es **instantáneo**
 - **No** hay **desplazamiento relativo** del sistema en el instante del choque
 - La **percusión** en el **punto de choque** es **perpendicular** a la **superficie de contacto**
- La **línea de impacto** es **perpendicular** al **plano de contacto** de los cuerpos en el **punto de contacto**
- **Durante el choque, parte de la energía cinética** de los cuerpos **puede perderse** debido a varios fenómenos:
 - Deformaciones permanentes
 - Generación de calor, sonido u otros fenómenos.



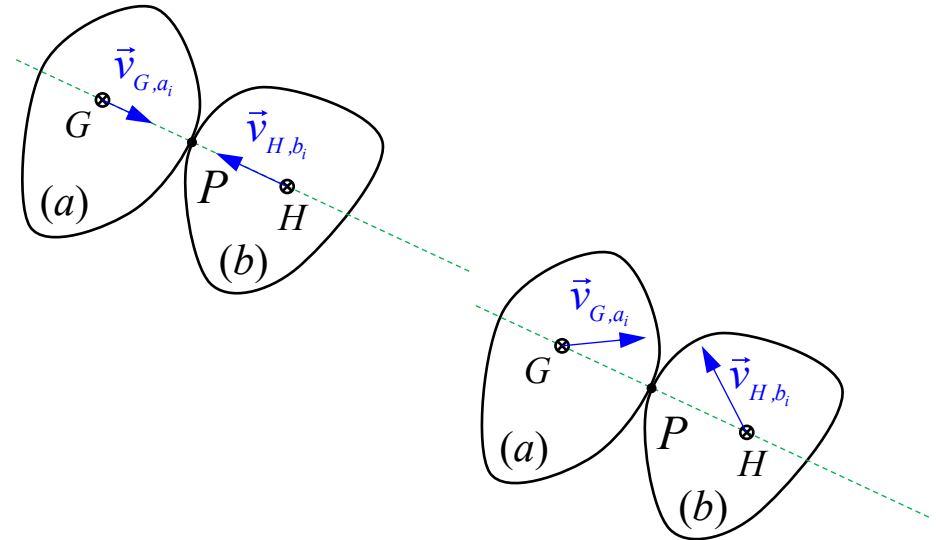
Choques

Generalidades y Clasificación

- **Choques centrales:** las fuerzas de contacto desarrolladas en el choque pasan por los centros de masas de los cuerpos. Si las superficies son lisas, un choque es central cuando los c.d.m. están en la línea de impacto en el momento del choque. Estos choques pueden asimilarse a choques de puntos materiales.

- *Choques centrales directos:* las velocidades iniciales tienen la dirección de la línea de impacto

- *Choques centrales oblicuos:* las velocidades iniciales NO tienen la dirección de la línea de impacto



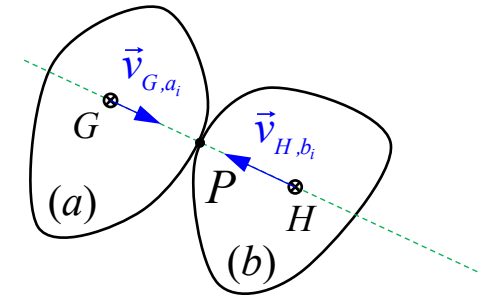
- **Choques excéntricos:** las fuerzas de contacto desarrolladas en el choque no pasan por los c.d.m. de los dos cuerpos. Estos choques NO pueden asimilarse a choques de puntos materiales.

Choques

Aplicación del TCM a cada tipo de choque

- **Choques centrales directos:** las velocidades de ataque tienen la **dirección de la línea de impacto**:

$$m_a \vec{v}_{G,a_i} + m_b \vec{v}_{H,b_i} = m_a \vec{v}_{G,a_f} + m_b \vec{v}_{H,b_f}$$



- Donde $v_{G,a}$ y $v_{H,b}$ son colineales con la línea de impacto.
- Como las velocidades finales son también colineales con la línea de impacto, la ecuación se convierte en escalar.

$$m_a v_{G,a_i} + m_b v_{H,b_i} = m_a v_{G,a_f} + m_b v_{H,b_f}$$

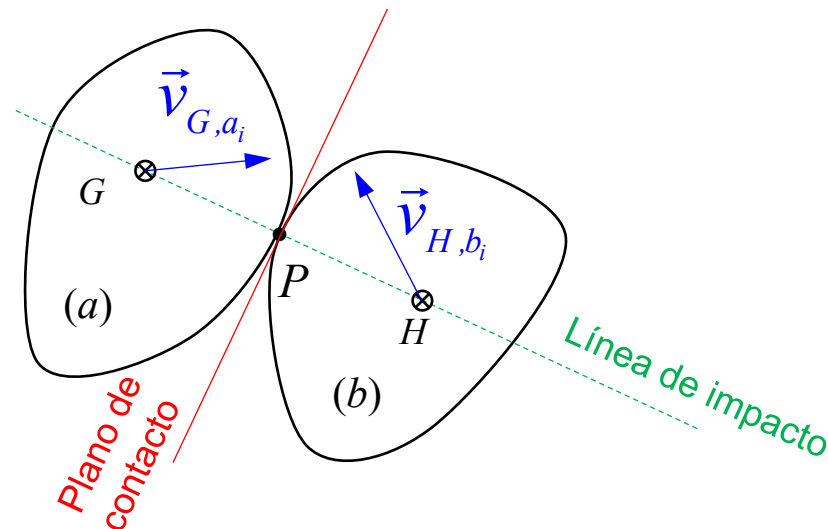
Choques

Aplicación del TCM a cada tipo de choque

- **Choques centrales oblicuos:** las velocidades de ataque **NO** tienen la **dirección de la línea de impacto**:

$$m_a \vec{v}_{G,a_i} + m_b \vec{v}_{H,b_i} = m_a \vec{v}_{G,a_f} + m_b \vec{v}_{H,b_f}$$

- En este caso hay que escribir la ecuación de la cantidad de movimiento no sólo en la línea de impacto, si no en las direcciones normal y tangencial



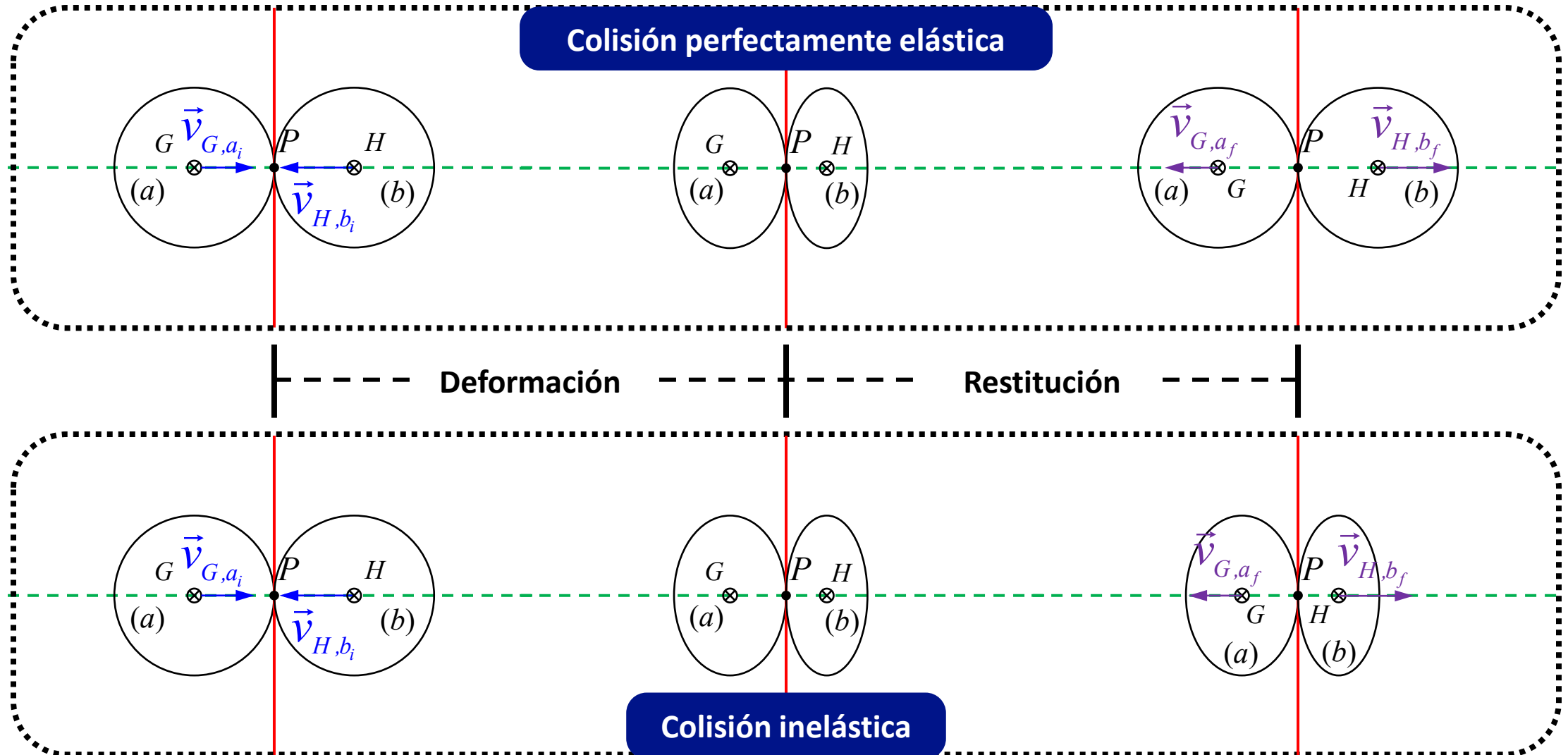
Coeficiente de restitución

Choques centrales directos

- Se considera que el periodo de colisión está formado por dos subintervalos de tiempo:
 - **Periodo de deformación (D)**: desde la entrada en contacto hasta el instante de máxima deformación.
 - **Periodo de restitución (R)**: desde la condición de máxima deformación hasta que los cuerpos se separan.
- Si los cuerpos son **perfectamente elásticos**, entonces recuperarán su forma después del choque.
- Si no recuperan sus formas iniciales, se considera que el choque es **inelástico**, pues ocurren deformaciones plásticas

Coeficiente de restitución

Choques centrales directos



Coeficiente de restitución

Choques centrales directos

- El cociente entre la percusión durante el intervalo de restitución y el intervalo de deformación, se denomina **COEFICIENTE DE RESTITUCIÓN**
- **Varias definiciones:**

- **Newton:**

$$\varepsilon = \frac{\text{impulso durante la restitución}}{\text{impulso durante la deformación}} = \frac{\int R dt}{\int D dt}$$

- **Poisson:**

$$\varepsilon = -\frac{\text{velocidad relativa tras impacto}}{\text{velocidad relativa previa impacto}} = -\frac{v_{B,f} - v_{A,f}}{v_{B,i} - v_{A,i}}$$

- **Stronge:**

$$\varepsilon^2 = \frac{\text{trabajo fuerza normal restitución}}{-\text{trabajo fuerza normal compresión}} = \frac{W_r}{-W_c}$$



Imagen generada con Gemini

Coeficiente de restitución

Choques centrales directos

- Percusión durante el período de **deformación** (D) del cuerpo a :

$$\vec{P}_{a,D} = \int D dt = [m_a v_{a,D} - m_a v_{a,i}] = -m_a (v_{a,i} - v_{a,D})$$

- Percusión durante el período de **restitución** (R) del cuerpo a :

$$\vec{P}_{a,R} = \int R dt = [m_a v_{a,f} - m_a v_{a,D}] = -m_a (v_{a,D} - v_{a,f})$$

- Percusión durante el período de **deformación** (D) del cuerpo b :

$$\vec{P}_{b,D} = \int D dt = [m_b v_{b,D} - m_b v_{b,i}] = -m_b (v_{b,i} - v_{b,D})$$

- Percusión durante el período de **restitución** (R) del cuerpo b :

$$\vec{P}_{b,R} = \int R dt = [m_b v_{b,f} - m_b v_{b,D}] = -m_b (v_{b,D} - v_{b,f})$$

Coeficiente de restitución

Choques centrales directos

- Percusión durante el período de **deformación** (inicio - D) del cuerpo a :

$$\vec{P}_{a,D} = \int D dt = \left[m_a v_{a,D} - m_a v_{a,i} \right] = -m_a (v_{a,i} - v_{a,D})$$

- Percusión durante el período de **restitución** (R : D - final) del cuerpo a :

$$\vec{P}_{a,R} = \int R dt = \left[m_a v_{a,f} - m_a v_{a,D} \right] = -m_a (v_{a,D} - v_{a,f})$$

$$\varepsilon_a = \frac{v_{a,D} - v_{a,f}}{v_{a,i} - v_{a,D}}$$

Coeficiente de restitución

Choques centrales directos

- Percusión durante el período de **deformación** (inicio - D) del cuerpo b :

$$\vec{P}_{b,D} = \int D dt = [m_b v_{b,D} - m_b v_{b,i}] = -m_b (v_{b,i} - v_{b,D})$$

- Percusión durante el período de **restitución** (R : D - final) del cuerpo b :

$$\vec{P}_{b,R} = \int R dt = [m_b v_{b,f} - m_b v_{b,D}] = -m_b (v_{b,D} - v_{b,f})$$

$$\epsilon_b = \frac{v_{b,D} - v_{b,f}}{v_{b,i} - v_{b,D}}$$

Coeficiente de restitución

Choques centrales directos

- Para el cuerpo a :

$$\varepsilon_a = \frac{v_{a,D} - v_{a,f}}{v_{a,i} - v_{a,D}}$$

- Para el cuerpo b :

$$\varepsilon_b = \frac{v_{b,D} - v_{b,f}}{v_{b,i} - v_{b,D}}$$

- Al final de la fase de deformación (y, por tanto, al comienzo de la restitución), las dos masas tienen la misma velocidad:

$$v_{a,D} = v_{b,D}$$

- Aplicando el cálculo de la percusión a la colisión total (combinando las ecuaciones de los cuerpos a y b), se obtiene que:

$$\varepsilon = -\frac{v_{b,f} - v_{a,f}}{v_{b,i} - v_{a,i}}$$

Coeficiente de restitución

Choques centrales directos

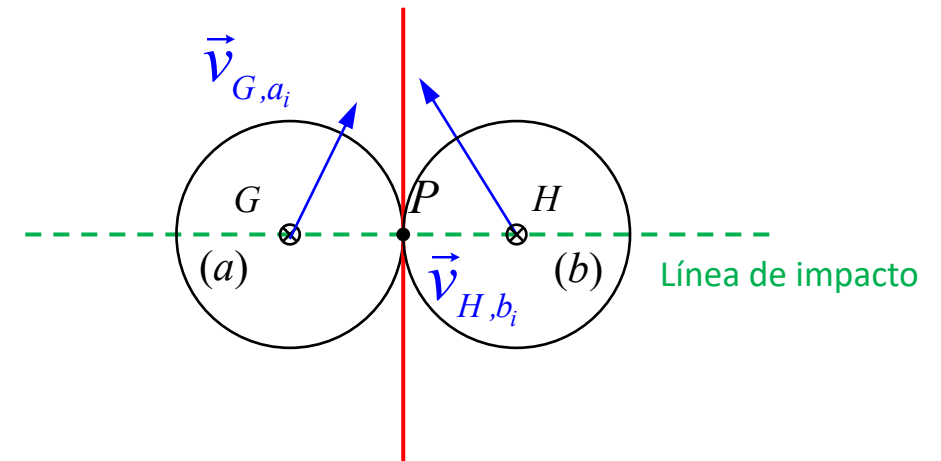
- El coeficiente de restitución, cuyo valor oscila entre 0 y 1 depende de:
 - Los materiales
 - El tamaño
 - La forma
 - Las velocidades de aproximación de los cuerpos antes del impacto
- Si $\varepsilon = 0 \rightarrow$ El **choque** es **plástico**: los cuerpos permanecen unidos después del choque
- Si $\varepsilon = 1 \rightarrow$ El **choque** es **elástico**: se conserva tanto la cantidad de movimiento como la energía cinética
- Si $\varepsilon < 1 \rightarrow$ El **choque** es **inelástico**: parte de la energía es disipada. Se deben complementar las expresiones del TCM y del TMC con la definición del coeficiente de restitución

Coeficiente de restitución

Choques centrales oblicuos

- El choque central oblicuo se considera una superposición de:
 - Un movimiento uniforme en la dirección perpendicular a la línea de impacto
 - Un choque central directo a lo largo de esta
- Durante el choque, las fuerzas impulsivas que se ejercen están dirigidas según esta línea de impacto.
- Las velocidades tangenciales se mantienen:

$$\vec{v}_{P,a_f}^t - \vec{v}_{P,a_i}^t = 0 \qquad \vec{v}_{P,b_f}^t - \vec{v}_{P,b_i}^t = 0$$



- El coeficiente de restitución se aplica a las velocidades normales del punto de contacto en los cuerpos a (P,a) y b (P,b)

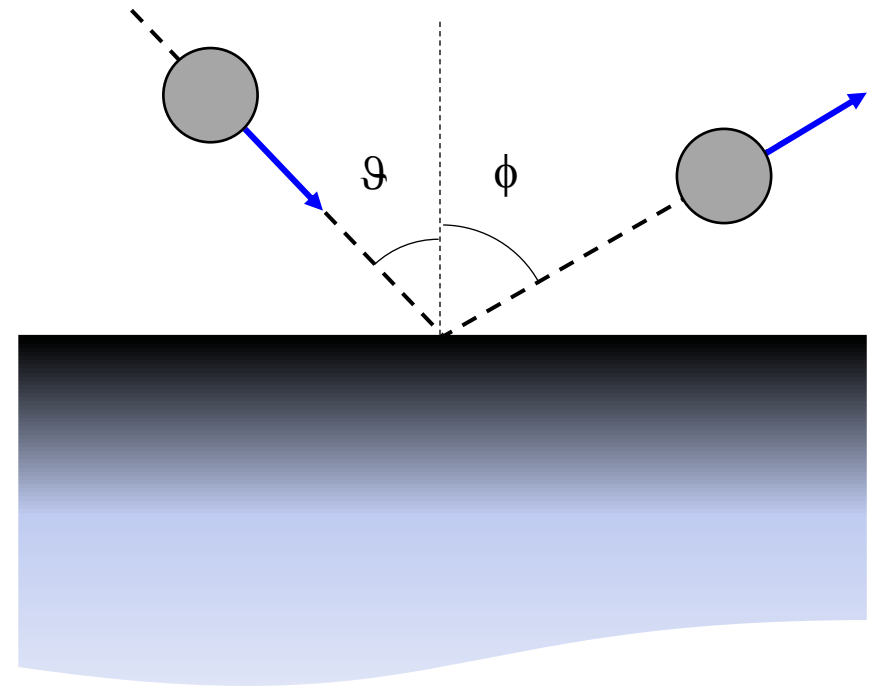
$$\varepsilon = - \frac{v_{P,b_f}^n - v_{P,a_f}^n}{v_{P,b_i}^n - v_{P,a_i}^n}$$

Coeficiente de restitución

Choques centrales oblicuos

- **Caso particular: colisión** de una **partícula a** con un **cuerpo rígido masivo b**
 - Se considera la masa infinita y, por lo tanto, no varía su velocidad en el choque.
 - Conociendo las velocidades iniciales y el coeficiente de restitución, se puede determinar la velocidad de la partícula después del impacto.
 - Si el cuerpo masivo es estacionario y $\varepsilon = 1$
 - El ángulo de incidencia θ es igual al ángulo de reflexión ϕ
 - Si el cuerpo masivo es estacionario y $\varepsilon < 1$ entonces

$$\varepsilon = -\frac{v_{a_f}^n}{v_{a_i}^n} = \frac{\tan(\theta)}{\tan(\phi)}$$



Coeficiente de restitución

Choques excéntricos

- En los choques centrales se considera que las velocidades de los puntos de choque son iguales a las velocidades de los centros de masa de los dos sólidos.
- En los choques excéntricos los puntos de choque y los centros de masas no están alineados.
- A la hora de aplicar los diferentes teoremas se deberá tener en cuenta:
 - En los **Teoremas** de la **Cantidad de Movimiento** y del **Momento Cinético**, se empleará la **velocidad** de los **centros de masa** de los cuerpos en colisión.
 - El **coeficiente de restitución** se aplicará a las **componentes normales** de las **velocidades** de los **puntos de choque**.

