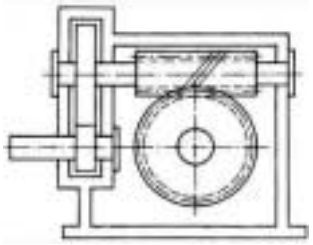
OBJETIVO DEL DISEÑO DE MÁQUINAS

1. Tipo de material
2. Forma
3. Dimensiones óptimas



No falle al estar en servicio durante
un *tiempo* determinado
soportando unas *cargas* determinadas

METODOLOGÍA

Esfuerzos
Dimensiones

Material
Procesos de fabricación

Tensión (σ) ⟷ Resistencia (S)

$$n = \frac{S}{\sigma}$$

RESISTENCIA

$[S] = [\text{presión}] = Pa$

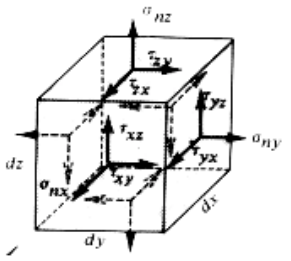
- **Cualidad intrínseca del elemento**
- **Depende de:**
  - **Tipo de material (dúctil o frágil)**
  - **Procesos de fabricación y tratamiento**
- **Nomenclatura:**

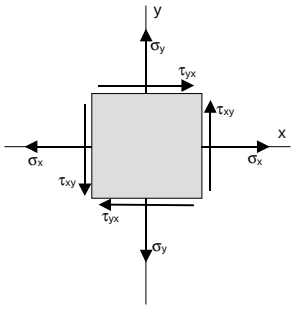
S_y:Resistencia a fluencia
S_u:Resistencia a rotura
S_{yc}:Resistencia a fluencia en compresión
S_{yt}:Resistencia a fluencia en tracción
S_{uc}:Resistencia a rotura en compresión
S_{ut}:Resistencia a rotura en tracción

S_f: Resistencia a fatiga
S_a: Resistencia a fatiga 1000 ciclos
S_e':Límite de fatiga sin corregir
S_e: Límite de fatiga corregido

TENSIÓN

$[\sigma] = [\text{presión}] = Pa$





- **<u>Nomenclatura</u>:**

$\sigma_{nx}, \sigma_{ny}, \sigma_{nz}$:Tensiones normales
$\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{xz} = \tau_{zx}$, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$:Tensiones de cortadura
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$:Tensiones principales

2 D ⟹

σ_{nx}, σ_{ny}
$\tau_{xy} = \tau_{yx}$
σ_1, σ_2

TENSIÓN σ

Carga aplicada

Fuerzas
Momentos

Estática : INVARIABLE CON EL TIEMPO

Magnitud

Dirección

Punto de aplicación

Dinámica : VARIABLE CON EL TIEMPO

FATIGA

DISEÑO DE LOS ELEMENTOS MECÁNICOS BAJO CARGAS ESTÁTICAS

¿Cómo se calcula la resistencia
de un elemento mecánico concreto?

Situación IDEAL

Prototipo con las mismas **condiciones reales**

- Acabado superficial
- Tratamiento térmico
- Tamaño
- Solicitaciones externas

COSTE MUY ELEVADO

Situación REAL

Adaptación de datos existentes al elemento concreto

- Bibliografía
- Estudios anteriores
- Normas aplicables
- Tablas de materiales

DATOS ESTADÍSTICOS

ADAPTACIÓN A LA PIEZA REAL

n

COEFICIENTE DE SEGURIDAD

$$n = \frac{S}{\sigma} = n_i \cdot n_S$$

Aplicación de cargas

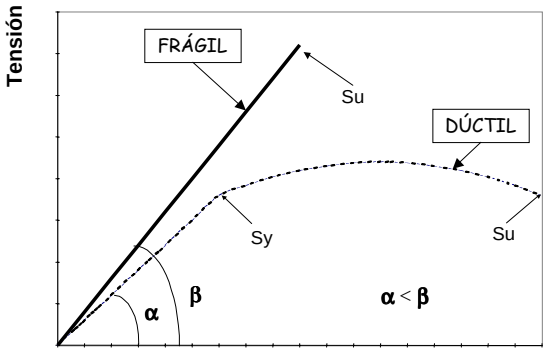
Resistencia del material

Adimensional

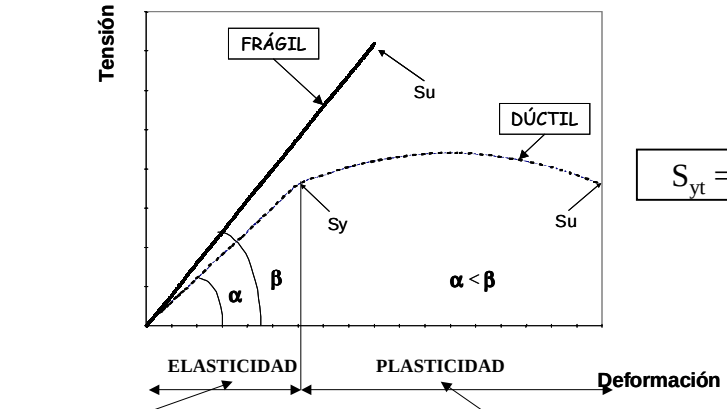
***Ejemplo**: Coeficiente de seguridad de 1,5 con una confiabilidad del 98 %*

Materiales dúctiles y frágiles. Características

Diagrama Tensión – Deformación ($\sigma - \varepsilon$)



Materiales dúctiles

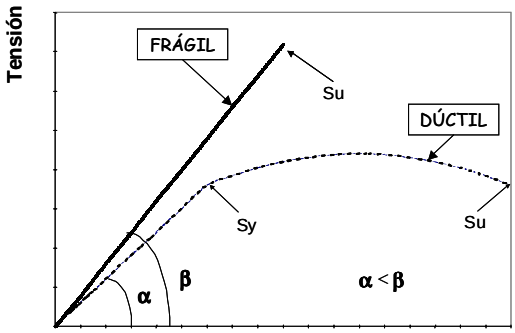


$S_{yt} = S_{yc}$

σ – ε Lineal

Deformación permenente (> 5 %) = Fallo = Rotura

Materiales frágiles



$S_{ut} \approx S_{su}$

$S_{uc} >> S_{ut}$

No existe deformación plástica

Criterio: Resistencia última de rotura (S_u)

Teorías de fallo para materiales dúctiles

1. Teoría del Esfuerzo Normal Máximo (ENM)
2. Teoría del Esfuerzo Cortante Máximo (ECM)
3. Teoría de la Energía de Distorsión ó de Von Mises-Hencky (TVM)

Aplicación del criterio

↓

Límite de aceptación

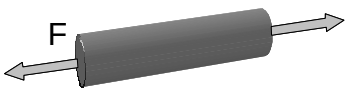
↓

Aplicación a estado general de carga

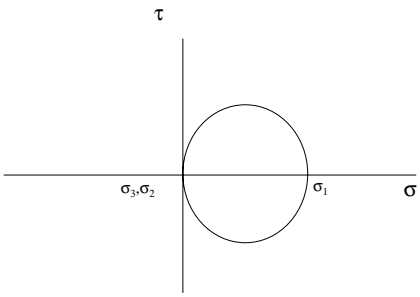
Teoría del Esfuerzo Normal Máximo (ENM)

" La falla se produce cuando la mayor tensión principal se iguala a la resistencia a fluencia en un ensayo de tracción simple"

Ensayo de TRACCIÓN SIMPLE

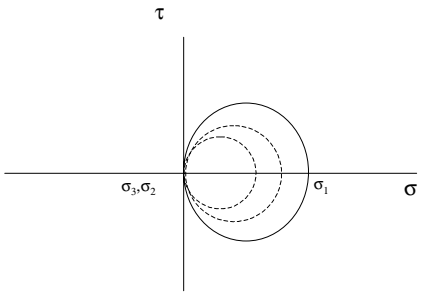


$$\sigma_1 = \frac{F}{\Omega}$$
$$\sigma_2 = 0$$
$$\sigma_3 = 0$$



Teoría del Esfuerzo Normal Máximo (ENM)

" La **falla** se produce cuando **la mayor tensión principal se iguala a la resistencia a fluencia en un ensayo de tracción simple"**



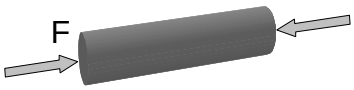
Límite $\Rightarrow S_{yt} = \sigma_1$

Coeficiente de seguridad

$$n = \frac{S_{yt}}{\sigma_1}$$

Teoría del Esfuerzo Normal Máximo (ENM)

Ensayo de COMPRESIÓN SIMPLE



$$\sigma_3 = \frac{F}{\Omega}$$
$$\sigma_2 = 0$$
$$\sigma_1 = 0$$

(Valor absoluto)

Límite $\Rightarrow S_{yc} = \sigma_3$

$$n = \frac{S_{yc}}{\sigma_3}$$

Teoría del Esfuerzo Normal Máximo (ENM)

CASO BIDIMENSIONAL

TRACCIÓN

$$n = \frac{S_{yt}}{\sigma_1}$$

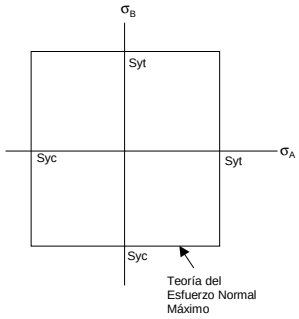
Límite $\Rightarrow S_{yt} = \sigma_1$

COMPRESIÓN

$$n = \frac{S_{yc}}{\sigma_3}$$

Límite $\Rightarrow S_{yc} = \sigma_3$

2 D



Teoría del Esfuerzo Normal Máximo (ENM)

TEORÍA NO CONCUERDA CON LOS DATOS EXPERIMENTALES

***Demostración**: Aplicación del criterio al caso de torsión pura*

TEÓRICO

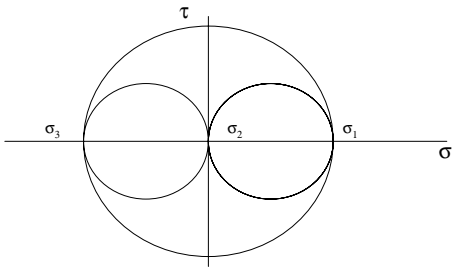
En el límite $\Rightarrow S_{yt} = \sigma_1$

$S_{yt} = \sigma_1 = \tau_{máx}$

EXPERIMENTAL

Fallo

$\tau_{máx} = S_{sy} = 0{,}6\ S_y$

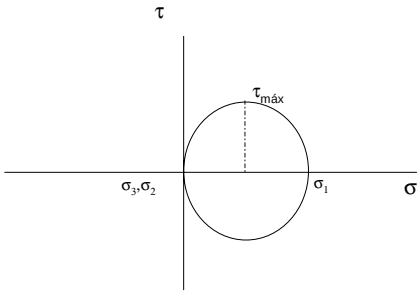


ENM NO SE USA NUNCA

Teoría del Esfuerzo Cortante Máximo ó Tresca (ECM)

" El inicio de la fluencia se produce cuando en un elemento mecánico la tensión cortante máxima iguala a la tensión cortante máxima en el momento que se entra en fluencia en un ensayo de tracción simple"

Ensayo de TRACCIÓN SIMPLE



En el límite $\Rightarrow \tau_{máx} = S_{Sy}$

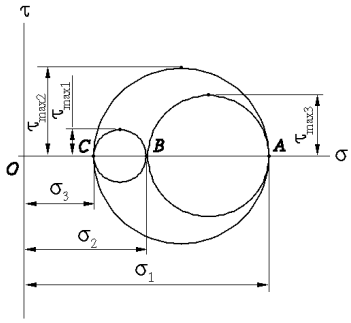
$\tau_{máx} = S_{Sy} = \sigma_1 / 2 = S_y /2$

$\boldsymbol{\tau_{máx} = S_y /2}$

Teoría del Esfuerzo Cortante Máximo ó Tresca (ECM)

" El inicio de la fluencia se produce cuando en un elemento mecánico la tensión cortante máxima iguala a la tensión cortante máxima en el momento que se entra en fluencia en un ensayo de tracción simple"

Estado general de carga del elemento mecánico



En el límite $\Rightarrow \tau_{máx} = S_{Sy}$

$\boldsymbol{\tau_{máx} = S_{Sy} = (\sigma_1 - \sigma_3) / 2}$

$\boldsymbol{S_y = (\sigma_1 - \sigma_3)}$

Teoría del Esfuerzo Cortante Máximo ó Tresca (ECM)

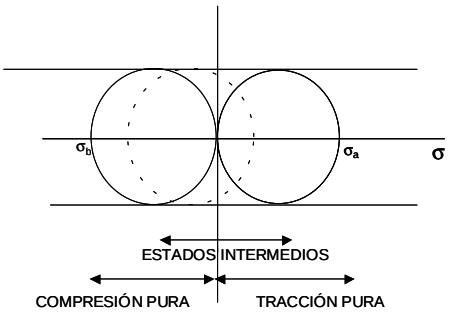
En el límite

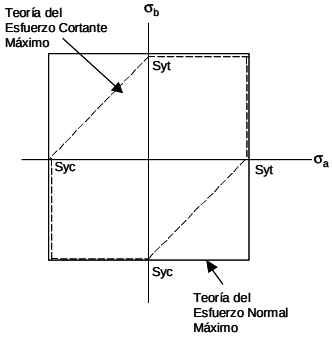
$$S_y = (\sigma_1 - \sigma_3)$$

Coeficiente de seguridad

$$n = \frac{S_y}{\sigma_1 - \sigma_3}$$

2 D





1. Fácil de usar
2. Predicciones siempre seguras
3. Reglamentos por su facilidad analítica

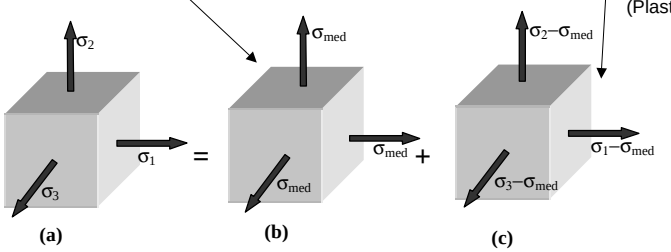
Teoría de la Energía de Distorsión ó de Von Mises-Hencky (TVM)

" El fallo aparecerá cuando la energía de distorsión en un elemento iguale a la energía de distorsión en el ensayo de tracción simple"

✓ Elemento sometido a un estado de tensión triaxial cualquiera

⇒ Cambio de volumen + Cambio de forma (distorsión)

(Plastificación)



σ_{med} = Tensión hidrostática

(a) Energía total (u)

$$u = \frac{1}{2E}\left[\left(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2\right) - 2\mu\left(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1\right)\right]$$

(b) Energía de cambio de volumen (u_V)

$$u_V = \frac{1}{2E}\left[\left(\sigma_{med}^2 + \sigma_{med}^2 + \sigma_{med}^2\right) - 2\mu\left(\sigma_{med}\sigma_{med} + \sigma_{med}\sigma_{med} + \sigma_{med}\sigma_{med}\right)\right]$$

(c) Energía de distorsión ($u_d = u - u_V$)

$$u_d = \frac{1+\mu}{3E}\cdot\frac{1}{2}\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\right]$$

Teoría de la Energía de Distorsión ó de Von Mises-Hencky (TVM)

" El fallo aparecerá cuando la energía de distorsión en un elemento iguale a la energía de distorsión en el ensayo de tracción simple"

Ensayo de tracción simple

$$u_d = \frac{1+\mu}{3E}\cdot S_y^2$$

Estado general

$$u_d = \frac{1+\mu}{3E}\cdot\frac{1}{2}\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\right]$$

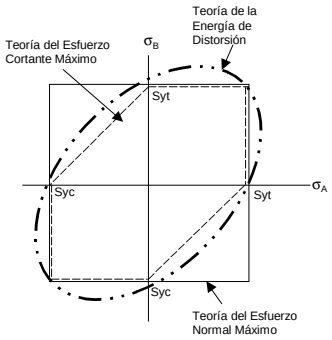
$$\Rightarrow \quad S_y = S_{VM} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}}$$

Coeficiente de seguridad

$$n = \frac{S_y}{\sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}}}$$

2 D $\Rightarrow$ $S_y = S_{VM} = \sqrt{\frac{(\sigma_a - \sigma_b)^2 + \sigma_a^2 + \sigma_b^2}{2}}$ $\Rightarrow$ $S_y^2 = \sigma_a^2 - \sigma_a \cdot \sigma_b + \sigma_b^2$

ELIPSE



1. Fácil de usar
2. La más exacta de las tres

Teorías de fallo para materiales frágiles

1. Teoría del Esfuerzo Normal Máximo (ENM)
2. Teoría de Coulomb-Mohr o de fricción interna (TCM)
3. Teoría de Mohr modificada (TMM)

Materiales dúctiles $\Rightarrow$ $S_{yt} \approx S_{yc}$

Materiales frágiles $\Rightarrow$ $S_{uc} >> S_{ut}$, $S_{ut} \approx S_{su}$

Teoría del Esfuerzo Normal Máximo (ENM)

CASO BIDIMENSIONAL

TRACCIÓN

$$n = \frac{S_{ut}}{\sigma_1}$$

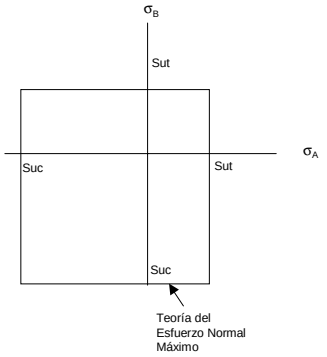
Límite $\Rightarrow S_{ut} = \sigma_1$

COMPRESIÓN

$$n = \frac{S_{uc}}{\sigma_3}$$

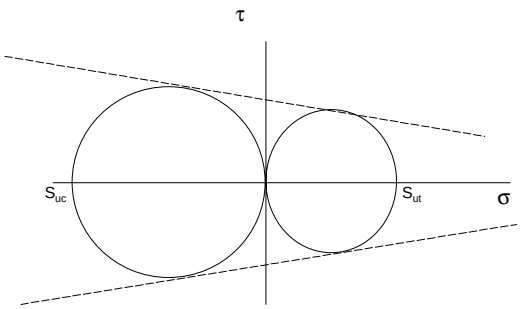
Límite $\Rightarrow S_{uc} = \sigma_3$

2 D



Teoría de Coulomb-Mohr o de fricción interna (TCM)

" La fractura se produce en un estado tensional tal que origina en los círculos de Mohr una recta tangente de los dos círculos que representan el ensayo de tracción y de compresión""



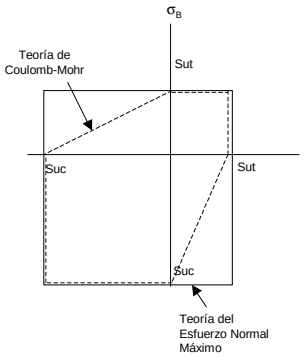
$$\frac{\sigma_1}{S_{ut}} - \frac{\sigma_3}{S_{uc}} = 1$$

(n = 1)

$\sigma_1 \geq 0$ y $\sigma_3 \leq 0$ y $S_{uc} \geq 0$

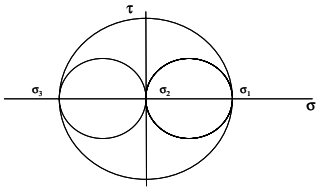
Teoría de Coulomb-Mohr o de fricción interna (TCM)

CASO BIDIMENSIONAL



Teoría de Mohr modificada (TMM)

Evita el conservadurismo de la TCM en el 4º cuadrante

Materiales frágiles → $S_{ut} \approx S_{su}$

Caso de torsión pura → $\sigma_3 = -\sigma_1$